# GEOMETRIA
# E
# PROSPETTIVA PRATICA
## TOMO I.

# DELLA GEOMETRIA E PROSPETTIVA PRATICA

DI BALDASSARRE ORSINI

## TOMO I.

*Che contiene la descrizione delle Figure Piane.*

IN ROMA, MDCCLXXI.

PER BENEDETTO FRANZESI

*Con licenza de' Superiori.*

Si vendono presso i Signori Bouchard, e Gravier Librari al Corso.

AL SIGNOR CAVALIERE

# D. ANTONIO RAFFAELLO MENGS

PRIMO PITTORE DI CAMERA
DI SUA MAESTA' CATTOLICA

E PRINCIPE DELL'INSIGNE ACCADEMIA
DI S. LUCA.

*E questa operetta mia, che or mando in luce ardisco di presentare a Voi, o Signore, parmi cer-*

*tamente, che il dover lo richieda. Essa non avendo altro oggetto, che l'istruzione degli Studiosi delle Arti figlie del disegno, non ad altri dovea presentarsi, che a chi ora di queste ne regge il Principato. Voi, che non ignorate quanto queste pratiche, che io quì prendo a trattare, sieno non solo utili, ma necessarie alla gioventù, che in que-*

*ste Arti è indirizzata, spero, che sarete per ricevere di buon grado questa mia fatica, e vorrete degnarla della protezion Vostra. Se tanto potrò ottenere, fortunato mi reputerò per la sorte, che mi verrà data di rendere per mezzo del Vostro noto anche il nome mio, e la mia buona volontà di rendermi utile per somigliarvi, benchè dispa-*

*ratamente , in alcuna parte ; e supplicandovi a riguardare l'opera con quell'occhio benigno, con cui ne riguardate l'autore; pieno di stima mi dedico .*

Di Voi, o Signore .

Umiliss. Devotiss. , ed Obbligatiss. Servo
*Baldassarre Orsini .*

PRE-

# PREFAZIONE.

Uantunque in ogni tempo, in cui le ſcienze ſono ſtate avute in pregio, non ſieno mancati valoroſi uomini, i quali hanno ſtimato, eſſere la Geometria, (*a*) e la Proſpettiva (*b*) argomento ben degno, che vi con-

(*a*) Intorno l' origine della Geometria, ſcrive Polidoro Virgilio, che Strabone, ed Erodoto hanno affermato, che foſse dagli Egizj primieramente ritrovata a cagione, che il Nilo innonda ciaſcun anno tutto l'Egitto. „ Perchè adunque egli avveniva, che queſte coſì fatte innondazioni i confini delle poſſeſſioni confondevano, ora ſcemandone alcuna, alcuna tramutandone, ed alcuna volta togliendo via certi ſegni, e termini, per i quali gl'uomini quelle che loro erano da quelle d'altri riconoſcevano, facea di meſtiero, et una, et un'altra, e ſpeſſe volte che una medeſima terra ſi miſuraſſe.

(*b*) Secondo che ne ſcrive Vitruvio nel Proemio del Lib. VII, l'arte della Proſpettiva

 ſi era

consumassero le loro fatiche, e abbiano con felice successo rese chiare, e per mezzo di ammirabili ritrovati distese, siccome le loro opere chiaramente lo manifestano; pure non prima d'ora da niuno, per quanto è a noi palese, è stato mostrato il modo di applicarle all'uso della pratica,(*a*) in guisa che siasi pienamente incontrato la comune approvazione, e il gradimento di quegl'uomini, i quali sono stati riputati per i più valenti, e per i più sperimentati nelle Arti. Ap-

---

si era palesata in prima tra Greci „ Agatarco ...
„ faceva le scene, e ne lasciò un trattato.
„ Presero motivo da costui Democrito, e Anas-
„ sagora per farne un secondo; come cioè si
„ debbano secondo il punto di Veduta, e di
„ Distanza far corrispondere ad imitazione
„ del naturale tutte le linee a un punto stabi-
„ lito come centro &c.

(*a*) Gli Scrittori, che nella nostra volgar lingua hanno formato i Trattati della Geometria Pratica, sono i segueuti *Nicolò Tartaglia*, *Teofilo Bruni*, *Francesco Feliciano*, *Pietro Cattani*, *Giacomo Venturoli*, *Orazio Finei*, *Giovanni Pomodoro*, *Silvio Belli*, *Cosmo Bartoli*, *e Bastiano Serlio*, *Ferdinando Galli-Bibiena*, *Ludovico Perini*, e la Geometria Pratica di *M. le Clerch*, tradotta dal Franzese.

Appena il purgato diſcernimento di queſti ha ſteſo lo ſguardo ſopra i loro libri di Geometria, e di Proſpettiva, che ſi è ancora preſtamente avveduto, che non pochi di eſſi, per quanto ſi appartiene alla Geometria, non ſi ſtendono più oltre, che in quella pratica, che è neceſſaria per miſurare i terreni, e le fabbriche, e nè ſi ſono fermati ſu di quell'argomento, che è neceſſariſſimo, e che porta, e conduce l'intelletto alla ricerca del bello, e che paleſa i fonti, da quali naſce, e deriva la perfezione nelle Arti. In altri hanno ravviſato, che l'eſſere eglino ſforniti delle cognizioni, le quali ſono richieſte a conſumar lodevolmente la propria fatica nei lavori di Proſpettiva, n'è addivenuto, che hanno ſeguito un metodo, che non ſi confà punto alla pratica di eſſa Arte. Altri poi vaghi di rendere le ſtampe ripiene dei proprj parti, ſoltanto hanno procacciato di dare una bella apparenza ai loro diſegni, la quale non da altrove vi na-

 ſce,

ſce, che da un diligente, e aſſai fino intaglio, con cui hanno ſaputo adornarle. E in altri finalmente, ſebbene nell' operare molto innanzi ſi avanzaſſero, non pertanto hanno trattato il loro argomento con quella chiarezza, e del tutto pienamente, ſiccome era richieſto.

Tutte queſte cagioni hanno certamente dovuto fare, che queſti ſperimentati uomini non tanto ſieno entrati in ſentimento così poco favorevole all'opere loro, ma gli hanno ancora condotto a ſaviamente giudicare, che eſſe non ſieno valevoli a recare ſollievo, e conforto agli ſtudioſi delle Arti. Imperciocchè è manifeſto, che ſeguendo una tal via, non ripongono la vera idea del bello, e dell'ottimo in ciò, che è da collocare; e che perciò gli animi de' giovanili ingegni non nudriſcono, che di quelle idee, che maggiormente gli allontanano dal diritto ſentiero di ben penſare.

Egli non è da ſtimare, che ſia per eſ-

esservi alcun uomo, se non fosse, o per cagione dell'ingegno assai tardo, e grossolano, o per esser di mente corrotta, e guasta da pravo appetito, il quale fermando lo sguardo sopra la chiarezza, evidenza, ed esattezza della Geometria, non abbia di questa facoltà ottima opinione, che sia assai più acconcia di ogni altra a dar perfezione alla mente; e che recandosi alla memoria i commodi, e i vantaggi, che senza numero da essa ne nascono, non ardisca di affermare con gli antichi Filosofi, (*a*) che ove la cultura di questa facoltà sia mandata avanti agli altri studj, sia cagione assai valevole, perchè con più facilità, e speditezza si apprendano le altre Arti, e Discipline. Perciocchè questo per avventura potrebbe soltanto farsi da chi ignora le for-

(*a*) Vien detto, che Platone ponesse sopra le porte dell'Accademia questa iscrizione. *Niuno non entri quà non partecipe di Geometrìa*. E che Zenocrate dicesse un giorno ad uno, che non sapeva di Geometria. *Vatti con Dio, perchè tu non hai il manico della Filosofia*.

forze ; e i pregj dell'umano intelletto, da chi non ravvisa alcuna difficoltà tra incauto, e ponderato giudizio, e da chi non si scorge l'altezza delle perfezioni, a cui alla mente è conceduto di poter pervenire.

Allora per mio sentimento, la perspicacia dell' ingegno va all'eccellenza, qualora non pure è valevole a ritrovar la maniera, onde esser chiara, ed esatta nel definire, attenta, e guardinga nell' osservare, ingegnosa, e diligente nello sperimentare, severa, e penetrante nel giudicare, moderata, e rigorosa nel dimostrare, sofferente, e profonda nel meditare, sagace, e pronta nell' inventare. E certamente abiti di tanto, e sì raro pregio non si producono, e non si formano nell'animo, che dal solo continuato e non interrotto meditare. Egli è adunque di mestiere essercitarsi per lungo spazio nell'esaminare le idee delle cose, nell' acquistare la piena conoscenza delle dimostrazioni nel risolvere i Problemi;

mi ; (*a*) nè può eſſer riſtretta l'attenzione, che è da collocare, e nel meditare, e nell' inventare. E conciofiachè co-

(*a*) I Geometri nello ſpiegare . e dimoſtrare i loro inſegnamenti, ritengono un ordine, che è proprio della Geometria, e che dinominano Metodo Geometrico. Eſſi danno principio alla loro facoltà dalle *Definizioni*, e quindi paſſano agli *Aſſiomi*, e ai *Poſtulati*, e oltre a queſti vi aggiungono ancora gli *Eſperimenti*, e le oſſervazioni. E alla fine ſopra di tutte queſte, ſiccome ſu di fondamenti, che ſono ſtabiliſſimi, formano, e coſtruiſcono i *Teoremi*, e i *Problemi*; e in tutti quei luoghi, a cui torna loro in acconcio, vi fanno ſeguire dei *Corollarj*, e degli *Scolj*.

Le *Definizioni* racchiudono le prime nozioni delle coſe, le quali per mezzo di queſte tra di loro ſi diſtinguono, e d'onde pure ſi deduce quanto di eſſe ſi concepiſce. Per *nozione* s' intende qualſivoglia rappreſentazione di qualunque coſa nella mente.

Quanto immediatamente ſi deduce dal conſiderare le coſe, che ſono rinchiuſe in una Definizione, ove ſi affermi, che alcuna coſa convenga, ovvero diſconvenga al Soggetto delle definizioni, egli vien chiamato *Aſſioma*; che ſe poi affermi poterſi fare ovvero, non fare, egli è dinominato *Poſtulato*. Per cagion di eſempio la formazione del Circolo fa chiaro, è paleſe, che tutte le linee rette, le quali vengono dal centro alla circonferenza, rappreſentando tutte una medeſima linea tirata a di-

coloro, i quali hanno con diligenza coltivato la Geometria, e similmente le altre Facoltà, non ne abbiano ritro-

---

diversi luoghi, sono tra di loro eguali. E perciò questa proposizione si conta nel numero degli *Assiomi*, e qualora dalla medesima definizione si raccolga, potersi da qualsivoglia punto, con qualunque intervallo descrivere un Circolo, si annovera questa proposizione tra i *Postulati*. Talora anche lo *Sperimento* è preso a luogo degli Assiomi, e dei Postulati. Egli si dice poi, che da noi di tutto quello si abbia sperimento, il quale rimirando con diligenza nelle cognizioni del nostro animo, vien da noi conosciuto, e pienamente compreso. Le cose, le quali sono da noi comprese, non hanno luogo, che tra le individuali, e perciò lo sperimento non può essere, che di cose individuali. Nell' Astronomia per cagion di esempio non si contano le osservazioni del Sole, che nasce, e tramonta, siccome di cosa, che avviene ogni giorno, e che a ciascuno è piucchè nota; ma si recano bensì con ogni fedeltà le osservazioni fatte da diversi Astronomi in diverso tempo, e con diversi istromenti intorno al diametro, che de' pianeti si palesa, siccome di cose, le quali non sono nel potere di ogni persona.

La proposizione, la quale è tratta da molte definizioni rimirate insieme, e che soltanto guarda ad istruire l'intelletto nella verità si chiama *Teorema*. Se per cagione di esempio si prenda in Geometria a ponderare un Parallelogrammo formato secondo la base, e l'altez-

za

trovata alcun'altra, ſe non che la Geometria, la quale conduca più da vicino a tale uopo, portiamo perciò fermiſſi-

za di un Triangolo; e quindi, parte immediatamente dalle loro Definizioni, e parte da altre loro proprietà già dimoſtrate, ſi faccia l'illazione, che il Parallelogrammo ſia il doppio del Triangolo; l'illazione, o ſia la propoſizione dedotta è da annoverarſi tra i *Teoremi*.

I *Problemi* propongono le coſe da farſi, e hanno tre parti, cioè la *Propoſizione*, la *Riſoluzione*, e la *Dimoſtrazione*. Si paleſa nella *Propoſizione* ciò che ſi ha da fare. Nella *Riſoluzione* ſi propone con ordine convenevole tutti gli atti, per cui mezzo ſi conduce ad effetto quanto era propoſto a fare. E finalmente nella *Dimoſtrazione* ſi comprova per mezzo delle operazioni, che ſi preſcrivono nella Riſoluzione l'effetto, che ſi cercava, e ſi voleva.

Si preſentano dipoi alla mente le varie maniere per cui le propoſizioni poſſono addattarſi ai caſi particolari; ſiccome pure poterſi ſovente da alcune propoſizioni dedurne delle altre per piana, diritta conſeguenza. Queſte propoſizioni ſon chiamati *Corollarj*, o aggiunte, che dir ſi voglia.

Negli *Scholj* finalmente, o ſieno brevi ſpiegazioni, che ſi ſogliono aggiungere alle Definizioni, alle Propoſizioni, e ſimilmente ai loro Corollarj, ſi ſpiegano le coſe oſcure, ſi riſponde alle difficoltà, che far ſi poteſſero, ſi paleſa l'uſo delle dottrine, ſi deſcrive l'iſtoria, e i

missima opinione, esser lo studio di essa richiesto sopra di ogni altro a rendere il giudizio acre, e perspicace, e che

---

e i fonti delle invenzioni, e si fanno le illazioni, ove alcuna cosa si presenti, la quale o sia gioconda, o utile a sapersi.

Egli è poi manifesta cosa, che avendo massimamente i giovanetti ad apprendere la Geometria, per non essere la mente loro atta, che a quelle cose, che sono sensibili, essi sono a pericolo di non raccogliere alcun frutto dai loro studj, qualora per le prime lezioni gli si ponessero innanzi gli Elementi di Euclide. Quindi essi guardando a sottrarsi da quello, debbono bel bello distaccare la loro mente dai sensi, e guidarla per gradi a ragionare su di ciò che è affatto astratto dai sensi. Adoperandovisi pertanto a volere in primo luogo intendere quelle cose, che gli si rendono più piane, non debbono incominciare il loro studio, se non da quelle operazioni, nelle quali il senso gl'inspira di formarle per pratica, e che alla natura delle cose sensibili sono assai conformi. Assai piana cosa dunque può riuscire il mostrar loro, come per via della riga si tira una retta linea, e come con il compasso si tira una linea curva, e si formi un circolo, e in qual maniera congiungendo più linee insieme si costruisca una figura qualunque; perchè sarà poi cosa agevole, che dalle operazioni, che sono le più facili, e piane, si accostumi la mente a contemplare le proprietà della quantità, di cui Euclide non ce l'ha proposta, che in astratto.

che ſenza di eſſo non ſi giunga alla verace cognizione delle coſe; a condizione però, che nel trattarla ſi guardi a procacciare, che le facoltà della mente vi acquiſtino forza, e vigore.

Foſse egli in piacere del Cielo, che finalmente una volta coloro, ai quali ſi appartiene il ſoſtenere le parti del loro offizio, vietaſſero alla gioventù di rivolgere l'animo alle altre diſcipline, ſe non dove aveſſe fatto acquiſto delle cognizioni geometriche. Io non dubito punto, che vedreſſimo prendere alla Republica un'altra ſembianza, e a comparir tutta magnifica, e glorioſa per novello ſplendore, e per i beni, e per i commodi, che ella in molta copia verrebbe a raccogliere dal ſapere delle perſone ſcienziate. Ma per tacere dei vantaggi, e dell'utilità, che da queſta facoltà ſi recano al vivere umano, dove queſti a chi vi reca ſopra lo ſguardo non ſi paleſaſſero per loro ſteſſi, ſi potrebbe non pure dimo-

ſtrare

ſtrare eſſer l' uſo dell'Arimmetica, (*a*) dell'Architettura Civile, e Militare, (*b*) dell'

(*a*) L'Arimmetica è la ſcienza de' numeri. La parte, che in eſſa ha il nome di *Pratica*, è la ſcienza di calcolare; e lo ſtudio di eſſa va accoppiato allo ſtudio della Geometria Pratica. Degli Scrittori, che poſſono ſomminiſtrare delle iſtruzioni in queſta materia ve ne ha non pochi, ma egli non è da perdere di mira l'Arimmetica pratica del P. Aleſſandro delle Scuole Pie. Egli pure è da fare aſſai conto dell'Arimmetica del P. Lamy, e maſſimamente dell' edizione, che ſi è fatta in Italiano. Il titolo di queſta traduzione egli è tale. *Elementi della Matematica, ovvero trattato della Grandezza in generale, che contiene in tutta la ſua eſteſa l'Arimmetica, l'Algebra, e l'Analiſi.*

(*b*) Perchè l'Architettura indirizza le opere ſue a ſervire agli uomini, e gli riguarda, o come in guerra, e nella milizia, o come in pace, e abitatori di una Città; e perciò quella che a loro ſerve nella guerra, ſi dinomina *Architettura Militare*, e l'altra, cho ha luogo nella pace, diceſi *Architettura Civile*. La *Militare* pertanto ſi deſcrive eſſer quella ſcienza, la quale moſtra la maniera onde fortificare per sì fatta guiſa un poſto, che poche perſone a cagione del vantaggio, in cui le pone la fortificazione, eſſe poſſono difenderſi, e ſoſtenere l'impeto di molte. L'*Architettura Civile*. ſi dice eſſer quella ſcienza, la quale ammaeſtra coloro, che vi applicano nel modo di ben edificare, onde ſieno valevoli a concepire l'idea dell'

dell'Agrimenſura, (*a*) della Pittura, (*b*) della Proſpettiva, (*c*) della Mecanica

---

dell'ediſizio, e quella così condurre ad effetto, che per ogni parte corriſponda allo ſcopo di colui, il quale lo fa edificare.

Tra le opere ſtampate in lingua noſtra volgare ſu di queſte materie, vantano il pregio le ſeguenti. *L'Architettura Militare di Franceſco Marchi Capitano*. E queſta è non poco ſtimata dai Maeſtri della milizia moderna. *L'Architettura di Andrea Palladio, di Vincenzo Scamozzi, di Baſtian Serlio, del Vignola*; e di queſta ultima le edizioni che vantano il pregio di eſattezza, non ſono che poche, e ſi ſon reſe aſſai rare.

(*a*) L'Agrimenſura non è che l'Arte di ſaper formare coll'ajuto degli iſtromenti, a ciò atti la figura, o ſia la pianta di un terreno qualunque, e di ſaperne ritrovare la quantità della ſua area per via delle operazioni arimmetiche.

(*b*) Gli Scrittori i più riputati nell'Arte della Pittura, ſono i ſeguenti. *Lionardo da Vinci, Ludovico Dolce, Giampaolo Lomazzo, e Raffaello Borghini*.

(*c*) Delle regole della Proſpettiva, ci ſono la *Proſpettiva di Monſignor Daniello Barbaro, di Lorenzo Sirigatti, di Giulio Troili detto Paradoſſo, di Giacomo Barozzi da Vignola co' comentarj di Egnazio Danti*. Queſta opera del Vignola, per eſſere poſtuma, è rimaſa ſguiſata con molti errori; e ne perciò da niuno nelle molte edizioni, che ſe ne ſon fatte, ſi è preſo il penſiere di

ca, (*a*) della Statica, (*b*) Idroſtatica, (*c*) Idraulica, (*d*) Areometria, (*e*) Aeroſtatica, (*f*) Ottica, (*g*) Catottrica,

---

di emendarla. Hanno pure il ſuo pregio: *La Proſpettiva di Andrea Pozzi, di Ferdinando Galli Bibiena, ed il Trattato teorico-pratico di Proſpettiva di Euſtachio Zannotti*, modernamente ſtampato in Bologna.

(*a*) La Mecanica è l'arte di muovere i peſi aſſai gravi, e di molta mole, e a ciò biſognando delle macchine, eſſa ci ammaeſtra nella coſtruzione, e nei movimenti, e forze di queſte.

(*b*) La Statica moſtra in qual guiſa i corpi ſolidi ſi poſſono fra di loro rendere valevoli di poter eſſere in un perfetto equilibrio.

(*c*) L'Idroſtatica vien inteſa per la ſcienza, che ci viene a ſcoprire le ragioni, che hanno i corpi ſolidi riguardo ai fluidi, come all'acqua, ed a qualunque altro liquore.

(*d*) L'Idraulica ſpiega i movimenti delle acque, ſecondo le proporzioni dei diametri dei Tubi.

(*e*) L'Areometria conſidera le ragioni, e le proporzioni dei ſolidi agenti nell'Aria.

(*f*) L'Areoſtatica va eſaminando le ragioni e le proporzioni dell'aria agente ne' Tubi, come nel ſuono delle Trombe, dei Corni da caccia, e di altri conſimili iſtromenti.

(*g*) L'Ottica rende la ragione di quelle coſe, che diverſamente da quel che ſono appajono, per riſpetto di queſto, e di quel ſito, e della lontananza della coſa veduta.

ca, (*a*) Diottrica, (*b*) Aſtronomia, (*c*) e Geografia, (*d*) larghiſſimo nel governo domeſtico, e famigliare; ma ancora con ogni evidenza far vedere, che la parte più grande dell' umana felicità ha per baſe, e per ſuo ſoſtegno la Geometria, tralaſciando anche per ora di far, che ſi rechi attenzione ai vantaggi, che ne riſente la gioventù, la quale ſi da a viaggiare in lontani paeſi

(*a*) La Catottrica, o ſia l'arte del formare gli ſpecchj, va congetturando in qual maniera ſi vegga in eſſi l'imagine per via di luce che dall'occhio del riguardante ſi riflette nello ſpecchio.

(*b*) La Diottrica col mezzo degli Iſtromenti, che ſi dicono Cannocchiali inveſtiga le diſtanze del Sole, e degli altri Pianeti, e anche ragiona dei Microſcopj, e di ogni altro vetro con cui s'ingrandiſce, e ſi ſcuopre, o da vicino, o da lontano un' oggetto qualunque.

(*c*) All'Aſtronomia ſi appartiene il miſurare il corſo del Sole, e dei Pianeti, e diſtinguere il tempo, e le ſtagioni.

(*d*) Per Geografia non ſi vuole ora da noi intendere in quella parte, che ſi appartiene alla ſtoria, ma ſibbene per quel ſiſtema, con cui ſi viene a miſurare, e a diſtinguere la grandezza della Terra, e che perciò va accoppiata all' Aſtronomia.

paesi, e del cui frutto ella perde grandissima parte, se non sia nella medesima istruita.

Noi pertanto invitiamo alla cultura della Geometria tutti coloro, che son vaghi, e desiderosi di aver piena conoscenza delle forze della mente, e che bramano di ponderare a parte a parte il loro uso; e mostrerà a loro non esservi cosa cotanto ascosa, e di veli tanto densi ricoperta, la quale non si rintracci, e non si discuopra; e farà conoscere non potersi trovar nulla sì lontano dai sensi, che con chiarezza abbastanza piena non si conosca, ed esattamente non si misuri.

La Prospettiva parimente paleserà con chiarezza la differenza, la quale ha luogo tra le rappresentazioni delle cose, qualora son guardate nell' intelletto, e qualora son rimirate nell'immaginazione; e porgerà alla Pittura, e all'Architettura le generali regole, che debbono essere di guida, e di scorta all' intelletto nell' inventare. Per-

lochè

lochè ſembra, che ſia queſta ricerca, ſiccome utile, e bella, da coltivarſi con ogni diligenza; e in queſto non altro ci convien fare, ſe non che di moſtrare nella noſtra opera di Geometria, e di Proſpettiva il mezzo per poter ciò condurre ad effetto. Tanto per ogni modo è richieſto, e vien dimandato dalla comune, e pubblica utilità. E quell'opera ſolo può ſtare a buona, e ſicura ſperanza di dover ſoddisfare alla più parte delle perſone, la quale propone in chiaro lume il ſuo argomento, e fa valere le ſue ragioni ſecondo tutta la forza, che in eſſe ſta rinchiuſa.

Compiacendo noi adunque al deſiderio dei diſcreti ſtudioſi giovani, abbiamo teſſuta l'opera ſecondo l'indirizzo, e conſiglio, che ci diede un molto erudito Scrittore, e noſtro amico, (*a*) cioè di ſpiegarvi per via di no-

(*a*) Non laſcerò di dire, che Marco Ubaldo Bicci dalla Penna di Urbino, il quale come

 che

note l'uſo dei Problemi, perchè in cotal guiſa ſi potrà più pienamente ſoddisfare al genio di quegli, che tengono l'animo rivolto all'Agrimenſura, all'Architettura Civile, e alle altre Arti del Diſegno, moſtràndo loro la maniera di raccogliere un miglior frutto

---

che molte opere non ſcriveſſe, fu nondimeno valentuomo nelle Lettere, e intendeva aſſai bene la lingua Greca, e l'Ebraica. Egli da giovanetto atteſe alla cultura delle ſcienze in Perugia, onde fu ammeſſo al Sacerdozio. Ma poi per ventura trasferitoſi in Roma, ſi diede per parecchi anni all'eſercizio delle ſcienze Teologiche nell' Accademia dell' Arciginnaſio, e in eſſa fu poi creato Cenſore. Lavorava frattanto intorno la *Notizia della Famiglia Boccapaduli Patrizia Romana*, che fu ſtampata in Roma l'anno 1762. Di queſta ne parlano le novelle Letterarie Fiorentine dell'anno 1762. al num. 33, colonna 532, ſotto la data di Roma. E fece ancora alcune note latine alle Diſſertazioni *de Aquis*, *&* *Aqueductibus Veteris Romæ* di Raffael Fabretti, che ſi prendevano a riſtampare, e che poi, non ſo per qual accidente, non ſi ſono recate alla pubblica luce. Fu in appreſſo onorato della carica di Sopraintendente della Stamperia di Propaganda Fide. E ultimamente paſsò da queſta vita l'anno 1769. il dì 13. di Ottobre, avendo vivuto anni 57, e in S. Agoſtino gli fu data ſepoltura.

to dalla Geometria, e dalla Prospettiva.

In quest'opera si prende da noi in prima a descrivere la forma, la materia, e l'uso degli istromenti i più semplici, che si adoperano per disegnare, e in appresso si espone un' idea in generale della misura, ove si entra a parlare con brevità delle ragioni, e delle proporzioni, le quali sono i fonti da cui sorge la bellezza delle opere, che si fanno con la mano; e si fa perciò intendere, che le proporzioni, che hanno luogo nel Corpo dell'uomo, queste medesime per sentimento di uomini riputati per da assai, concorrono alla vaghezza, e leggiadria dell'Architettura; perchè quello, che dicesi vaghezza, e colpo d'occhio, dipende dal far la scelta delle forme, le quali, siccome debbono essere belle quelle delle parti, così è massimamente richiesto, che sia quella del tutto. Gli argomenti dei diversi capi, che quì si trattano, ci fanno entrare bel bello

 a dis-

a discoprire la maniera, onde far questa scelta. E le osservazioni da noi fatte intorno la Superficie, il Circolo gli Angoli, e le Linee Parallele, c' introducono nella descrizione delle Figure Triangolari, Quadrangolari, e di quelle che hanno molti Lati; e ivi si va ragionando di tuttociò, che è commune all'Architettura Civile, e Militare, alla Misura delle fabbriche, e all'Agrimensura, alla cui parte si è stimato di dovere pienamente supplire, come a luogo più opportuno, al fine della Geometria.

L'essere poi noi entrati in quest'opera a mostrare l'uso delle Curve Ellittiche, Paraboliche, Iperboliche, e di molte altre, nell'ordinare le membra dell'Architettura, ci somministra un' idea assai vasta, la quale ci ha condotto a fare diverse osservazioni, le quali al pubblico non potranno che piacere. Le Regole dell'Architettura, gli edifizj più vaghi dell'Antichità, e i varj passi di Vitruvio non di rado vi rice-

cevono dei lumi. Per la via adunque delle curve Paraboliche, e Iperboliche, come la più piana ad avanzarsi, si vuole introdurre lo studioso di Architettura per palesarli il bello, ed il vago, con cui sono rivestiti gli ornamenti degli edifizj, proponendoli per esempio le maniere più semplici dell' Antichità; e perciò con le medesime curve gli s'insegna a prescrivere i termini alle forme degl' intercolunni, delle piante, e più oltre la grazia dello scemare delle colonne, il compartimento delle finestre nelle facciate delle nobili, e regie abitazioni; il garbo, e la stabilità delle cuppole, e degli antichi Tempj rotondi, e di altre somiglianti cose; e come l'esser di vago, e di leggiadro in tali forme, ne conduca il saper dar peso, e leggierezza a quelle parti, e membri di edifizio, che o l'uno, o l'altra di queste due cose dimandano.

Da queste cose si avanza ad altre cose più rilevanti, e si mostra in qual

guiſa ſi parte il piano diritto, e perpendicolare, in maniera aſſettata, per diſtribuire con ſimmetria gli ordini di Architettura nelle facciate, e ſi fa paleſe, e ſi diſtingue il peſo, e la forza reale, dal peſo, e dalla forza apparente, e ſu di cui ſi appoggia il noſtro ſiſtema di Architettura, perchè ſi moſtrino gli edifizj di eſſa agli occhi de' riguardanti con un colpo d'occhio, che ſia di grazia, e di venuſtà fornito, e ſecondo che dimanda la nobiltà, e magnificenza dell' edifizio.

Queſto penſiere, ſiccome fondato ſull'eſperimento, e ſulle oſſervazioni fatte ſul modello del Corpo dell' uomo, ci porge una ampia materia per il trattato della Proſpettiva, la di cui pratica non tanto ſi riduce a tirare gli ſcorci al Punto di Veduta, e di Diſtanza, e al ſapere con giuſtezza recare i lumi, e l'ombre, quanto dal ſapere allogare in maniera aſſettata le parti che compongono una Proſpettiva. E in queſto il noſtro principale

ſco-

ſcopo non altro è ſtato, che di porgere alleggiamento, e conforto agli ſtudioſi della Pittura (*a*).

Quin-

(*a*) Le conſiderazioni da noi fatte ſopra l'utilità, che può ricavare la Gioventù dallo ſtudio della Geometria ci hanno portato a lavorare queſt'opera in maniera, che poſſa dare un'ingreſſo alla Proſpettiva, e che queſta ſia propria per diſporre, e per formare l'intelletto per la Pittura, lo che è ſtato il noſtro principale diſegno. Se la Geometria, e la Proſpettiva non davano per l'innanzi tutto il piacere, e non tiravano a ſe gli ſtudioſi della Pittura, egli era, perchè le ſpine da quali erano circondate ributtavano, perchè ſi sfuggiſſe la fatica. Acciò dunque non abbiano più motivo di traſcurarle, queſte ſpine, cioè le difficoltà, che ſi ritrovano a comprendere queſte medeſime Arti, abbiamo procurato di renderle facili, che per poco, che vi ſi applichi, ſi poſſono intendere; e che i Giovani coll'ajuto del Maeſtro, non vi trovaranno coſa alcuna al diſopra della capacità del loro ingegno. Non ſi propongono alla prima, che le coſe più chiare, e più ſemplici. Queſte ci hanno fatto ricercare le generali regole le quali una volta concepite, ſpargono grandiſſimo lume nell'Arte. Taluni, che non ſono uſi a ſtudiare l'Arte della Pittura, che colla ſola pratica, ſono ſi teneri, e delicati, che non ſono capaci della minima applicazione; e non ſapendo coſa importi il far uſo della ragione, un diſcorſo di poche righe gli reca noja. Non è egli dunque da ſperare di poter trat-

Quindi dovendo noi in quest'opera soddisfare agli studiosi di più d'un'Arte, ne addiviene, che non vi sia quasi Problema, ove non vi si trovino delle note, che ad esse diverse Arti sono applicate. Di queste pertanto scelga ognuno quelle più stima essere confacevoli al suo scopo, e reputi, che quanto

---

trattare il nostro argomento in un modo grato a costoro. Si può ben fargli vedere, e dimostrare le figure, ma il loro spirito non ne può intendere le proprietà, lo che non si può conseguire senza di farvi alquanto di attenzione. Pertanto esortiamo coloro, che oltremodo sono accesi dall'amore della Pittura, e che bramano di cingere la giornèa di valorosi Maestri, di porre prima ogni studio, ed ogni sforzo in apprendere la Geometria, e la Prospettiva. Ma quella cosa, che da loro è massimamente richiesta, si è di pensare a onorare, e ubbidire come Precettore alcun uomo, che nell'Arte sia riputato per da assai; e di star lontano da quei piaceri, ai quali va dietro la maggior parte de' giovani. E questo medesimo, senza che l'insegnamento di Orazio mi andasse per l'animo, trovo essere da esso stato considerato, ammaestrando i due Pisoni.

*Qui studet optatam cursu contingere metam,*
*Multa tulit, fecitque puer; sudavit, & alsit;*
*Abstinuit venere, & vino. Qui Pythia cantat*
*Tibicen didicit prius, extimuitque Magistrum.*

to vi è di più non ſia ſtato ſcritto per lui, ma ſibbene per altrui. Nel teſſer poi queſte medeſime non ci è ſtato permeſſo adoperarvi tutta quella attenzione, che ſembrava richiedere, opera di tal ſorta. Perciocchè oltre al dovere noi ogni dì impiegare più ore di tempo in eſercitando i lavori di Pittura, (*a*) e di Architettura, (*b*) ci ſono na-

(*a*) Intorno l'Arte della Pittura mi occorre il far quì menzione di Agoſtino Maſſucci, come di quello, da cui in Roma primamente apparaì gl'inſegnamenti, ma coſtretto dall'anguſtia di una nota, riſtringerò in brievi parole le molte coſe ſue. Eſſendo eſſo nato in Roma, e deſiderando di fare qualche avanzamento nella Pittura, ſi trasferì ſotto gli ammaeſtramenti di Carlo Maratti, che ſebbene allora in età molto ſi avanzaſſe, e ne' molti ann ſopravviveſſe, tuttavia egli ancor giovane diede grandi ſperanze di riuſcire in brieve tempo Pittore, come riuſcì di gran nome, e molto ſtimato. Moſtrò con grazia l'aria delle teſte e delle figure, e la bellezza de' panni, e compoſe le iſtorie con molta nobiltà, Il ſuo dipingere fu con dolcezza, non molto tinto, con grazia, e rilievo; e con morbidezza, e diligenza lavorava; e tanto credito ebbero le coſe ſue, che non ſolo ſi ſparſero per Roma, ma anche fuori d'Italia. Fu perciò mandato a chie-

nati altri impedimenti, per cui non si è potuto così pienamente soddisfare al nostro desiderio. Perlochè, se in questa opera trovansi delle cose, le quali possono giustamente dispiacere, sappiasi, che saranno da noi avuti in pregio gli avvertimenti delle persone dotte, e discrete, le quali per avventura ci mostrassero qualche errore, veramente da dover essere ripreso, e corretto, e che non pure emenderassi secondo il loro

---

chiedere dal Rè di Portogallo, ne essendo egli andato fece per quel Rè molte opere di Pittura. In Roma si veggono di sua mano più tavole, nelle Chiese, e nei Palazzi più quadri istoriati, Madonne, mezze figure, e ritratti, dei quali ne fece molti. Ritrasse successivamente quattro Pontefici, e più Cardinali, e Signori Inglesi. Ma egli non avendo ancor finiti i 67. anni se ne passò all'altra vita l'anno 1758. alli 19. di Ottobre. Fu sepellito in S. Salvatore a' Neofiti; e furongli fatti Epitaffio, e Ritratto dipinto dal Signor Lorenzo di lui figlio, che si va pure nell'Arte con sua lode avanzando.

(*b*) Anche in quest'Arte, meritamente si deve da noi rammentare il Signor Domenico Costa Architetto, dal quale in Roma abbiamo avuto degli ammaestramenti.

loro ſavio avvedimento; ma ſtimeremo eziandio, che da ciò a noi ne venga grandiſſimo onore, e di doverliene rimanere perpetuamente obbligati.

IM-

*IMPRIMATUR,*

Si videbitur Reverendissimo Patri Sacri Palatii Apostolici Magistro.

*D. Jordani Patr. Antioch. Vicesg.*

---

*IMPRIMATUR.*

Fr. Thomas Augustinus Ricchinius, Ordinis Prædicatorum, Sacri Palattii Apostolici Magister.

# GEOMETRIA
## PRATICA.

LA voce Geometria niun' altra cosa per se stessa viene a dire, se non che misura della terra; ma da noi ora si prende per quell'arte, la quale ha per suo oggetto qualunque cosa, che abbia estensione, e questa sia, o di Linee, che hanno soltanto lunghezza, o di superficie, che hanno lunghezza, e larghezza, ovvero di Solidi, o sieno Corpi, i quali hanno lunghezza, larghezza, e profondità. E queste medesime cose da noi di presente non si vogliono considerare, se non in quanto possono essere riguardate dall'opera degli Artefici, ed esser da essi poste nel loro uso pratico; e perciò anche ci è piacciuto di porre in fronte il titolo di Geometria Pratica.

## CAPO I.

### *Della Linea Retta, e della Linea Curva, e della maniera del misurarle.*

LA Linea non è che il movimento di un punto ad altro punto. I punti adunque sono i termini della Linea, e non già la Linea medesima. E siccome questa deve esser conceputa spogliata di ogni larghezza, e che abbia soltanto l'essere di lunghezza; così similmente i punti, che ne sono i termini, si vuole intendere che questi non abbiano termine, che sia da essi separato, e distinto; ma che addattar si possono gli uni agli altri; e che essendo tra loro del tutto simili, sono di confine, e di termine a se medesimi per qualsivoglia parte. E perciò quella dicesi Linea Retta, la quale colla medesima direzione si muove dall'uno all'altro punto. E similmente quella dinominasi Linea Curva, la quale movendosi da un pun-

punto va ſenza conſervare la medeſima direzione, ma ſibbene piegandoſi a ritrovar l'altro punto. La Miſura poi della Linea, non è che un'altra Linea, o eguale, ovvero minore, la quale tante volte ſi dice miſurare, ed eſser parte della maggiore, quante ſono le volte, che può in eſsa eſser contenuta.

### PROBLEMA I.

*Tirare una Linea Retta da un Punto dato ad un'altro dato punto, e tirare una Linea Curva.*

Sieno nella Carta (1) i dati punti A,

(1) La Carta per far diſegni, biſogna non di rado, che ſia aſſai grande, e che ſia di buona qualità, perchè il diſegno rimanga leggiadro. Si ſtima la carta eſſer buona, qualora eſſendo ben battuta, e traguardandola contro dell'aria, ſi ſcorgerà, che è di grana ſina, e che è eguale. Se avendone di queſte qualità, ſarà vecchia, e ripoſata, ove ſia ſtata conſervata in luogo aſciutto, ſarà anche migliore. La carta, che per diſegnare viene di Olanda, ſuol eſſere aſſai buona; e ſimilmente nei Dominj Pontificj ſe ne fabrica di così buona, che a quella non cede, che aſſai di poco; e la Reale, e l'Imperiale ſono buoniſſime, qualora ſono fabbricate con diligenza, e ſenza piega in mezzo. Non è

ti A, B. (*Tav.I. Num.I.*) A queſti ſi
pon-

però per tutto queſto, che le accennate carte corriſpondano ſempre alla buona opinione, che di eſſe ſi ha. E quindi, qualora ciò avviene, ſi vuole operare in queſta guiſa. Egli è da prendere quella quantità di Alume di Rocca bruciato, che dimanda il maggiore, o minore biſogno della carta; il quale ſi deve ſtimare dallo ſpandere più, o meno l'inchioſtro, o altro colore, che è coſa, la quale nuoce di moltiſſimo alla nettezza del diſegno, e che ſi deve cercare d'impedire. E perciò ſpandendo aſſai, ſe ne pone anche maggior quantità, e così a proporzione. E preſa queſta quantità, e disfatta con acqua pura in alcun vaſetto di vetro, ſi mena con una ſpunga ſu della carta, la quale, o già ſarà alle ſue eſtremità tirata, o ſi tirerà in appreſſo ſopra di una Tavola. E queſto menar di tale acqua ſi farà una volta, o due, intanto che la carta ne divenga tirante, e che perda ogni piega, che aveſſe. E in queſta guiſa ogni carta, che foſſe anche di cattiva qualità, diviene aſſai buona per diſegnarvi ſopra le opere di Architettura.

Perchè, ſecondo che ſi diceva, biſogna non di rado far dei diſegni, che ſono maggiori di qualunque carta; e che è richieſto di unirne più, e più inſieme. A far queſto per tanto con leggiadria, biſogna aver Colla, che a ciò ſia acconcia, e ſapere convenevolmente addattare le carte, le quali ſi debbono unire. La Colla a queſto più adattata è quella, che chiamano *da Bocca*, perchè uſandoſi ſe ne tiene piccola porzione in bocca, e che per farla ſi apparecchia in queſta guiſa. Si prende della

della migliore, e più purgata colla di Germania, e a proporzione di questa del zucchero candito. E il tutto posto in pentola nuova, che sia ben verniciata, e con quella copia di acqua, che si reputa proporzionata alla quantità della materia, si farà bollir tanto, che venga a ridursi alla terza parte, levando intanto con un cucchiajo la spuma, che farà. E fatto questo, si lascia rappigliare, e rappigliata che sia se ne formano piccoli pezzetti, i quali usandola si tengono in bocca. A questo medesimo offizio serve pure la colla fatta con Amido, la quale si appresta nella guisa, che comunemente si suol fare con della farina.

Perchè poi le carte, che si vogliono unire insieme, facciano elegante comparsa, conviene prendere le teste dei fogli, che si debbono attaccare, e sopra queste recatavi la righa, si calcano, a seconda della medesima colla punta del Temperino in modo, che non rimangano dal taglio di esso recise che per la metà della loro grossezza. In appresso, secondando il segno fatto dal Temperino, si stracciano colla mano; il qual stracciare produce nelle medesime teste delle bave, o sieno certi filetti, che servono assai bene all'unione dei fogli. I quali, preparati in questo modo, si sopraporrà la parte tagliata dell'uno a quella dell'altro, avendo già prima sopra ambe le parti strofinata l'accennata *Colla da Bocca*. E per ultimo calcando queste teste con stecca, che sia ben liscia, perchè l'un foglio si attacchi in tutte le sue parti pienamente coll'altro, ne avverrà, che anche i più accorti, dove ciò sia fatto con maestrìa, non si accogeranno in qual parte ne sia stata fatta l'unione.

 pon-

ponga appresso la Riga C D, (1) e a seconda della medesima conducendo dall'uno all'altro punto A, B il Tira-

(1) Tra i legni, che sono migliori a farne delle Righe, contano il Pero, il Melo, il Sorbo, il Verzino, il Violetto, e l'Ebano. Il farle di qualunque Metallo non è cosa tanto buona; perchè sempre in qualche guisa nuocono al candore della Carta, sopra cui si debbono adoperare. La loro larghezza può essere di quattro, o di sei dita, secondo che sono, o più, o meno lunghe. Egli è però, sempre, che, anzichè altro, sieno larghette, tenendo queste ben spianata la Carta, e guidandosi con più di facilità, e secondo che bisogna, tanto all'innanzi, che all'indietro. L'uno dei lati lunghi della Riga è richiesto, che sia a squadro, per tirare con esso le linee, le quali, siccome non debbono apparire, si chiamano Morte, ovvero Occulte, e che si segnano con una Punta di Avorio. L'altro lato a questo opposto dee essere spogliato per ogni parte degli Angoli, e in guisa, che della grossezza della Riga non ne rimanga in mezzo, che la terza parte. Le righe non debbono essere nè soverchiamente grosse, nè troppo sottili, perchè da queste l'inchiostro con molto di facilità cade sopra la carta; e da quelle viene impedita la Penna dal far con gentilezza i suoi tratti. Egli è poi di aperto argomento esser la Riga diritta, se tirando con essa una Linea, e in appresso capovoltata la medesima Riga, i suoi lati lunghi vengano per ogni parte a baciare la tirata Linea.

Tiralinee E, (1) o la Penna F, (2) tin-

(1) L'usare del Tiralinee, siccome quello, che è di ferro, o di altro metallo, non è da esser gran fatto commendato; perchè oltre al procedere da esso gran durezza nelle linee, egli assai volte offende anche la carta, e rode gli orli delle Righe.

(2) Le Penne dell'Ala destra in sù la punta, e nella parte di sotto, siccome la più agitata, sono le più acconcie a tirar linee. E siccome delle Penne ne bisognano di varie maniere, così anche si pigliano da varj animali, quali sono le Oche, i Corvi, e i Cigni. Le Penne di Oca sono di uso più frequente, e debbono essere delle più chiare, e delle più trasparenti; e se ne vuole avere delle grossette, delle mezzane, e delle sottili. Le Penne di Corvo non sono di uso così spesso, adoperandosi soltanto a tirar Linee assai sottili, e per tratteggiar cose, che sottigliezza richieggono. E quelle di Cigno sono anche di uso assai più ristretto, non usandosi, che a fare i contorni, o sieno i riquadri intorno ai disegni. Le Penne quanto più sono stagionate, e custodite in luogo asciutto, tanto più sono migliori. I tagli della loro temperatura debbono essere alquanto lunghetti, e assomigliare il rostro dell' Aquila. La punta della Penna dee esser' eguale, e sottile, secondochè le Linee si vogliono sottili. La sua spaccatura in punta, perchè la Penna sia più salda, sta bene, che sia anzi alquanto scarsa, e curta. A luogo delle accennate Penne si adoperano anche piccole canne, che nella grossezza a quelle sieno simili, e che temperate al modo delle medesime, servono a tirar le linee

tinta d' Inchiostro (1), ovvero il

con molto di leggiadria. Inzuppata che sia la Penna nell'Inchiostro, o altro colore, bisogna scuoterla, perchè si scharichi dal soverchio, che per disaventura caderebbe sulla carta. Il petto poi della persona, che tira la linea, dee tenersi lontano dalla tavola, sopra cui è posata la carta insieme colla riga, che si tien ferma colla mano sinistra; e deesi similmente sostener libera, e in aria la destra, che tiene la Penna, affinchè la linea non riesca stentata, e come fatta a onda; e bisogna guardarsi di non premere con forza sulla Carta, e di non appoggiar troppo la Penna alla Riga; perchè la Linea sia fatta con dilicatezza, e con eguaglianza in tutte le sue parti. E per ultimo bisogna anche fare attenzione, di non tenere la Penna in modo che sia inclinata alla Carta, ma sibbene che venga a star diritta alla medesima, e perpendicolare; e in guisa che l'occhio vi guardi sempre per entro. Assai volte anche potrà avvenire, che una medesima Penna produca linee di tre grossezze, o per lo meno di due. Se si volga sù di uno degli angoli della punta, ne produrrà una molto sottile; se si adoperi tutto il piano della punta, in guisa che l'occhio ne rimiri tutti i tagli, se ne avrà un' altra alquanto più grossa; e ne darà finalmente talora anche una terza assai maggiore, volgendola alla parte a questa opposta, e come si suole comunemente usare.

(1) Due sono le maniere d'Inchiostro, che si usano; l'una chiamasi d'Inchiostro Comune, e l'altra dicesi della China. Il proporre certo, e sicuro insegnamento, per far Inchiostro Comu-

mune, che ſia di perfezione, non è coſa tanto piana, e ſpedita, mentre la maggiore, e minor perfezione dipende da quella delle parti, che lo compongono. Diciamo tuttavia, che in oncie trenta di Vino bianco, e ben chiaro ſono da porre due oncie di Galla, mezzanamente peſta, e che ſia di quella creſpa; e tre oncie di Vitriolo, che non abbia del crudo, ma che ſia morbido, e paſtoſo, e che ſia ſtato paſſato per un fino ſetaccio; e un oncia di Gomma arabica, la quale tanto è migliore, quanto con più di facilità ſi rompe, e per quanto ha più di lucido. E così a proporzione della maggiore, o minore quantità del Vino, ſi ſcema, e ſi accreſce il peſo delle altre coſe. In tempo di Eſtate, poſte inſieme tutte queſte parti, ſi tiene al Sole, rimeſcolandole ogni dì per lo ſpazio di quindici giorni; e in tempo d'Inverno ſi fa più volte riſcaldare al fuoco. In appreſſo ſi fa paſſare per un qualche fitto teſſutò, e che ſe ſarà di lana, lo purgherà anche meglio da quelle parti, che nuocono alla ſua perfezione. E come ſia purgato, ſi ripone in Vaſo di Vetro, o che ſia bene invetriato; il quale è anche da tenere ben chiuſo. E ſimilmente la parte interna del Calamajo, in cui a luogo di ſpunga è da porre Seta sfilacciata, ovvero Bombagia, che non ſia filata. Similmente è richieſto, che eſſo ſia di Oſſo, o di Vetro, ovvero di terra bene invetriata.

Il moſtrare la maniera del fare perfetto Inchioſtro della China, ſarebbe per l'eſperienza, che ſe ne ha, opera perduta. In Francia, e in Olanda ſe ne fabbrica; ma non è di perfezione. E perciò non è da proporne alcuna loro ricetta; che anzi dobbiamo eſſer contenti di proporre le qualità del migliore, e il ſegnale,

il Matitatojo G, (1) o la Punta di Avo-

per cui quello da questo si riconosca. Senza usar molte parole intorno alla sua vera forma, che suol essere di Bastoncelli rotondi, o di piccole Tavolette quadrilunghe, e sopra cui sono figure di animali, e di caratteri di quel Paese, e che sono ricoperti da foglio di oro assai sottile, diciamo, che il migliore presenta un nero, che ha del lucido, e che piega alquanto al rossigno, e che per poco resiste al disfarsi, e che disfatto che siasi, non fa nel fondo del Piattino niuna deposizione, che sia ruvida, ed arenosa; perchè, qualora questo avvenga, egli è manifesto indizio della sua cattiva qualità, e di essere scontrafatto.

(1) Del Matitatojo, o sia Toccalapis, scrive Baldo nel Vocabolario del Disegno „ Stro-„ mento di metallo, di ferro, o altro, lungo „ quasi mezzo palmo, e grosso quanto una „ penna da scrivere, accomodato per modo „ da poter nell'estremità fermarvi il gesso, e „ la matita, ridotta in punte, a fine di ser-„ virsene a disegnare. „ Della Matita, o sia del Lapis ve ne ha di varie specie. L'una si dinomina Piombo di Mare, perchè il suo colore somiglia al piombo; e di questa la migliore è in pietra, ridotta a piccoli pezzetti quadrilunghi; e si suol guardare, che sia per ogni sua parte egualmente, e mezzanamente dura, e la più perfetta si ha dall'Inghilterra. L'altra specie chiamasi Matita rossa, la quale non è che una terra rossa, o sia Bolo assai sottile, e il prevalersi di essa ha seco della gran facilità. Coloro, che disegnano usano, o dell'una, o dell' altra di queste due. La terza spezie è detta Matita

Avolio H, (1) si tira in Carta (2) la Retta Linea A B; la quale colla Stelletta I si forma anche punteggiata, come si mostra in K L (3). Piantata poi

---

tita nera, la quale, per essere assai dura, non è atta al disegnare; e ne usano perciò i Falegnami, e i Muratori, per fare i loro segni sù delle tavole, sù delle pietre, o sù delle mura.

(1) La Punta dello stilo di Avolio è più che ogni altra acconcia a tirare le linee, che non debbono comparire nell'opera, e che sono richieste per formarla; e che anche sono perciò chiamate Linee morte. Ogni altra punta, che sia di qualunque metallo, è a questo meno atta, siccome quella, che con più di facilità offende, e taglia la sottoposta carta.

(2) Avviene assai volte di dover tirare linee Rette non solo in Carta, ma anche nel Legno, nel Sasso, e per gli Campi. A tirarle nel Legno, e nel Sasso si opera più speditamente in questa guisa. Tinta una funicella di Terra Rossa, o di altro colore, e questa tirata ai due punti dati, e alzata con due dita nel mezzo, e lasciata con impeto cadere, apparirà nel Legno, ovvero nel Sasso la forma della linea Retta. A tirarla poi per gli Campi, si piantano per essi tre, ovvero più Bastoni, i quali, se piace, si armano all'estremità inferiore di ferro, alla cui sommità, dovendosi l'uno vedere lontano dall'altro, si pone una piccola carta, e qualora tali Bastoni sieno tutti tra loro in mira, si ha a seconda di essi la Linea Retta nel Campo.

(3) La Linea punteggiata ha luogo non di rado

poi in un dato punto l'una delle punte delle ſeſte, o ſia Compaſſo M, (1) e in-

---

rado nelle figure geometriche, e ſi accennano coi punti nelle opere di Architettura i Canali coperti, il fianco delle Caſematte coperte all' antica, i Pali delle Cataratte, le Ciſterne, le Contromine, i Forni, le Gallerie, i Livelli, le Mine, le Nuove delineazioni, le Arene, gli Scavi delle Foſſe, le Strade, i Rami delle Mine, le Traverſe, o ſieno i Ritegni, le Traine, e le Volte.

(1) Il Compaſſo, o ſieno le Seſte è uno degl' iſtromenti, che nelle opere della Mecanica ha grandiſſimo uſo; e fa perciò uopo averne per lo meno due paja, dei quali ſia l'uno per grandezza intorno a tre quarti, e l'altro alquanto minore dei due quarti del Palmo Romano. Le loro teſte già, ſenza che ſi dica, debbono eſſer di ottone, e di forma ottangolare, per cui più facilmente con due dita ſi girano, e col terzo, qualora è richieſto, ſi fermano. L'una delle due punte delle Seſte maggiori è richieſto, che ſia da poterſi levare, e porre. E ciò per allogarvi, ſecondo che ſi converrà, o la Punta, o la Stelletta, con cui ſi tirano le Circolari morte, e punteggiate; o il Tiralinee, il quale è iſtromento aſſai migliore, di che ſia quella foſſetta, che talora ſi vede in una delle gambe delle Seſte; mentre in quello l'inchioſtro ſi ſoſtiene, e non ſcende ſe non quanto dimanda la groſſezza della circolare, che ſi tira; laddove dalla foſſetta aſſai volte tutto in un colpo viene con iſconcio a cadere. E oltre alla gamba della Stelletta, e del Tiralinee, biſogna poter-

e in appresso l'altra punta girando, come in NOP, si viene a formare la Linea Curva.

### PROBLEMA II.

*Misurare una Linea Retta.*

Per conoscere la misura, ovvero sia la quantità di una Retta Linea, e sia qua-

---

poterví allogare anche quella della Matita, la quale deve essere snodata con cerniera nella metà; e questo perchè, essendo le seste aperte, possa la Matita perpendicolarmente cadere sopra la carta; e così con maniera più giusta, e più polita segnare la Circolare. Nel provvedersi poi dei Compassi egli è da guardare, che le loro gambe non sieno tremolanti, e che con eguaglianza vadano a chiudere. Qualora poi accade di dover ridurre un'opera dal grande in piccolo, ovvero dal piccolo in grande si usa di un Compasso, che si chiama di Riduzione, e la sua forma è di questa maniera. Egli è composto di due gambe eguali, le quali sono dall' una, e dall'altra delle loro estremità puntute, e che si legano insieme per mezzo di una noce, il cui punto, intorno al quale quelle si girano, è da potersi muovere a piacimento del Disegnatore. E perciò accomodato il loro punto in modo, che colla parte di esse, la quale si concepisce inferiore, si possa prendere la misura di una data distanza, si aprano ad un tempo le due punte della parte superiore, le quali sono nella proporzione, che il Disegnatore si è proposta, come si vede in Q.

qualunque, bisogna aver già formata un'altra Retta Linea, che si vuole supporre, che corrisponda all'arnese, che comunemente si dinomina Passetto, il quale si parte in tre Palmi, e ciascuno di questi in dodici Oncie, che si dicono anche Dita, e ogni Oncia in cinque Minuti; ovvero, che abbia rapporto alle parti di qualunque altra misura vera, e reale. E perciò posta questa Linea, come sarebbe A B, (*Tav. I. Num. II.*) convien dividerla in tre parti, che sono tra di loro della medesima quantità, e simili, e di cui ciascuna si vuole stimare, che corrisponda al suo Palmo, che vi ha nel Passetto, come si vede in A C D B. E perchè il Passetto, siccome si è detto, non pure si divide in tre Palmi; ma ciascun Palmo si parte in dodici Oncie, ed ogni Oncia in cinque Minuti; quindi egli è ancora, che il Palmo A C, si partirà in altrettante Oncie, e Minuti, che similmente esser debbono tra di loro in piena, ed esatta eguaglianza.

Ora

Ora apparecchiata in questa guisa la Misura, che talora si dice anche Scala, ove si voglia sapere la quantità della Linea E F (1) non è da dover far altro,

(1) Egli accade di dover non pure misurar linee in carta; ma anche assai volte avviene di doverle misurare nei legni, nelle mura, sù delle pietre, nella terra, e per qualunque altra materia, che abbia estensione, e quantità. Il mezzo, o sia l'Istromento, che a raccogliere questa quantità dai più si pone in opera, egli è già il Passetto, ovvero un Filo, il quale, come si è disteso sopra della materia, che s'intende di misurare, si applica per quante volte bisogna al medesimo Passetto; e quindi se ne viene a raccogliere il numero dei palmi, e delle oncie, e minuti. A raccogliere però la misura di una linea in terra, si usa per gli più, o della Pertica, o della Catena, o anche di una Corda. La Pertica, che pure si dice Canna, vien formata anzichè di altra materia di legno, e suole per lo meno estendersi a sei, o dieci palmi, in cui è similmente divisa, e questi in oncie, e in altre minori divisioni. Nelle due estreme parti essa deve avere per ciascuna un'Anello, dentro a cui sono da piantare i due Bastoni, i quali, secondo che altrove si disse, servono col terzo a formare la linea retta, e che, posti negli accennati Anelli sempre tra di loro in mira, conducono a conservarla tale. Per l'esattezza però della misura egli è da guardare, se questi Anelli sono per la loro metà porzione del primo, ed ultimo palmo,

tro, che applicare alla medesima Scala le Seste; e queste in appresso portare sopra

---

mo, ovvero non lo sono, perchè dove lo sieno, siccome per maggior speditezza, ed esattezza dell'operare debbono esserlo, il Bastone, che era il secondo, rimarrà senza mutar buco dalla parte di chi opera il primo, e se il secondo si muti, egli è da riporre il primo nel buco del secondo; e dove poi gli accennati Anelli non fossero in niuna guisa parte del primo, ed ultimo palmo della Pertica, fa uopo allora piantare il primo Bastone tanto indietro dal buco del secondo Bastone, per quanto porta l'estensione dei medesimi Anelli. La Catena si forma di sottili, e strette piastre di ferro, le quali non debbono esser per ciascuna più lunghe di un palmo, e mezzo, e che insieme unite per mezzo di piccoli perni si vuole, che non si estendano più oltre di trenta, o quaranta palmi; e questo, perchè il portar la Catena attorno, non sia pel suo peso di troppo disagio. Anche la Catena nelle sue due estremità dimanda gli Anelli; e perciò nel suo uso è da por mente a quanto sù di ciò è stato avvisato parlando della Pertica. La Corda si adopera a quel medesimo modo, che si accennò usarsi del Filo; ma non meno l'una, che l'altro danno con facilità luogo a ricogliere misura, che non sia esatta, e accurata; conciosiachè avviene assai volte, che la forza di chi la tira non sempre la stende con eguaglianza, e ciò massimamente qualora l'estensione è grande; e anche perchè talora rimangono accorciate dall'umidità, ovvero divengono di maggiore esten-

pra della Linea di cui si vuole sapere la quantità, e colla loro apertura conducendole quante volte si può sopra E F, si troverà, che essa E F è di sei Palmi, e Oncie dieci. E qualora si volesse misurare la Linea G H, si troverà, che applicate le Seste alla medesima G H, siccome minore della Scala A B, essa si stende alla quantità di sette Oncie di un Palmo (1).

PRO-

estensione per siccità, che sopravenga, e quindi rendono misure diseguali. A questo tuttavia si trova compenso coll'usare delle Corde, che chiamano Mancine, e che, dopo averle bene inzuppate di olio che bolle, sieno state similmente bene incerate.

(1) Qualora si viene a considerare la differenza, che corre tra due linee, esaminando come l'una contiene l'altra, o nell'altra è contenuta, egli se ne viene a fare il confronto, che nel linguaggio della Geometria vien dinominato *Rapporto*, ovvero *Ragione*. E quando questo Rapporto si faccia in due linee eguali, si dinomina *Ragione di eguaglianza*. E vien chiamata *Ragione d'ineguaglianza*, quando si faccia il rapporto in due linee, che non sono eguali. La *Ragione* di questo secondo modo si distingue in due maniere, perchè se nel fare il rapporto, si venga la linea maggiore a nominare per la prima, questo si dinomina *Ragione di maggiore* ine-

## PROBLEMA III.

*Ridurre una data Miſura ad un' altra data Miſura.*

Il ridurre una quantità, ovvero miſura

---

*ineguaglianza*; ſiccome nominando per la prima la linea più piccola, vien detto *Ragione di minore ineguaglianza*. Che ſe veniſſe fatto in conducendo, come ſi diceva nel Problema, una linea ſopra di un'altra linea, e nè ſi trovaſſe alcuno picciolíſſimo avanzo, con cui eſſe linee ſi poteſſero eſattamente miſurare, in tal caſo egli è da dire, che la Ragione di queſte è *ſorda*, e che le medeſime linee ſono per loro natura *incommenſurabili*. Oltre a ciò egli è da fare diſtinzione tra queſte due coſe, *Ragione di eguaglianza*, ed *Eguaglianza di Ragione*, perchè ſono due coſe diverſe l'una dall'altra, e non una ſteſſa. Perocchè Eguaglianza di Ragione non ſignifica che la ſomiglianza dei rapporti, e queſta s'intende qualora ſi viene a fare il rapporto di due Ragioni, che ſieno fra di loro del tutto ſimili; e che perciò viene denominata *Proporzione*. Le Ragioni pertanto ſon tenute per ſimili, ſe vengono miſurate ad un medeſimo modo; come per eſempio, ponendo al confronto la ragione di due rette linee, di palmi tre, e di palmi ſei, colla ragione di altre due linee, che non avanzano i palmi due, e i palmi quattro, ritrovaſi, che in queſte il 3 miſura per tante volte il 6, per quante volte il 2 miſura il 4, cioè per due volte. Egli ſarebbe da dire molte altre coſe intorno le Ragioni, e le Proporzioni, le quali, come meno

ſura ad altra miſura conſiſte tutto, e
ſtà riposto nell'aver conoſcenza della
ma-

---

no utili al noſtro ſcopo le laſciaremo; e intanto verrem dicendo, che trattandoſi delle Arti della Pittura, della Scultura, e dell'Architettura, la perfezione, e la bellezza di eſſe è da riporre maſſimamente nella Proporzione, che con voce greca diceſi *Simmetria*, e che noi chiamiamo Corriſpondenza; e queſta trovaſi nelle opere di eſſe Arti, ove nelle medeſime vi ſieno alcune parti, le quali hanno la medeſima, e iſteſſa miſura. E perchè con più di chiarezza s'intenda queſta corriſpondenza di parti, non ſarà grave, ſe procureremo di fare, che ſia ravviſata nel Corpo umano. Il Corpo umano, ſecondo la dimenſione, che è più ricevuta nelle Statue greche, non oltrepaſſa l'eſtenſione di dieci parti, o ſieno faccie; che vale a dire lo ſpazio, che corre dal mento infin ſopra la fronte, ove naſcono i capelli; il quale ſpazio, o faccia, che dir ſi voglia è partita in tre parti, di cui ſe ne occupa una dall'intiero naſo, rimanendo all'altre due lo ſpazio, che corre dalla eſtremità di queſto alla punta del mento, e al principiare dei capelli. E ſi dà principio a contare queſte dieci faccie dal cucuzzolo, o ſia dalla ſommità del capo, e ſi ſtende alla punta del naſo, in cui termina la prima; e da queſta punta diſcendendo, la ſeconda ſi ferma alla fontanella della gola, ovvero all'oſſo forcolare. E quindi dall'oſſo forcolare procedendo alla bocca dello ſtomaco ſi ha la terza faccia; e da queſta terza giugnendo al centro dell'ombilicolo ſi ha la quarta. E partendo dal centro dell'

maniera onde le parti di una misura corrispondono alle parti dell'altra, ovvero,

---

dell'ombilicolo occupa la quinta tutto quello spazio, che corre tra esso, e il membro virile, il quale si stà nel mezzo della dimensione del corpo. Delle altre cinque faccie, due ne appartengono alla coscia, la quale incomincia dal membro virile, e si stende al principiare del ginocchio, e le tre che rimangono corrono per retta linea dal principiare del ginocchio al piantare del piede. E similmente continuando a mostrare la relazione delle medesime faccie a tutta la dimensione del corpo umano, si trova essere l'intero ginocchio mezza faccia, e scendendo dalla estremità inferiore del ginocchio al collo del piede vi ha due faccie, e quindi per giungere al piantare del piede vi corre pure mezza faccia. Egli è anche da avvertire, che stesesi dall'uomo le braccia, e misurando dall'estremità del dito di mezzo dell'una mano all'estremità dell'altro dell'opposta mano, ritrovasi esser di tanta estensione la sua larghezza, quanto è la sua lunghezza; e questo ne avviene, perchè dalla fontanella della gola infino al mezzo del braccio, o sia al gomito vi si trovano due faccie, e mezza, e da questo luogo passando all'estremità del dito di mezzo della mano vi ha pure due altre faccie, e mezza; che raccolte insieme da ambedue le braccia, vengono a formare lo spazio di dieci faccie, e che tante esser dicemmo quelle dell'altezza dell'uomo. E a questo modo la misura, che cinge l'uomo attorno sotto le braccia, corrisponde a quella della sua metà; e quella che misu-

vero, per dire anche più chiaro, egli consiste in questo, che avendo divisa una

---

misura il collo si confà alla parte più grossa del braccio, e del ginocchio; e quella del polso della mano al collo del piede, e quella della faccia pareggia l'estensione, che trovasi tra la parte inferiore dell'orecchia alla fontanella della gola; e similmente da questa quella che passa all'attaccarsi del braccio; e quella che si occupa dal muscolo, che forma la spalla, che dicono Deltoide; e quella dell'altro muscolo appresso, che porta il nome di Bicipite; e quella, che, quindi partendo al mezzo del braccio si avvicina al battere del polso; e quella della mano, che prende il suo principio dalla giuntura vicina al polso, e si stende alla sommità del dito di mezzo; e quella che corre per retta linea dall'ombelicolo al mezzo del fianco; e finalmente quella che forma la lunghezza della polpa della gamba. La testa poi, che è composta di quattro parti, che nell'estensione loro sono eguali, e corrispondono a ciascuna delle tre della faccia, e di cui perciò la prima incomincia dalla punta del mento, e termina sotto del naso, e la seconda dalla punta di questo al suo finire, e di quindi la terza al principiar dei capelli, e di là la quarta infino alla sommità del capo, corrisponde anche allo spazio, che corre dalla fontanella della gola alla punta della spalla, e dalla punta dell'una poppa a quella dell'altra, e similmente alla lunghezza del piede. E similmente le altezze del collo, del fianco, del ginocchio, e del talone hanno tra loro esatta corrispondenza.

una miſura in parti eguali, ſi conoſca, e ſi ſappia quante parti a queſte medeſime

---

za. Nè finalmente queſta corriſpondenza manca alle parti, da cui ſi compone la teſta; perchè una fronte è dal mezzo del naſo fra due occhi alla fine della longhezza del ciglio; una fronte alla fine del ciglio al principio dell'orecchio; da un orecchio all'altro, pigliando tutte le orecchie, una teſta. Nella mano ancora ſono tutte le miſure della faccia; perciocchè dalla nocca di mezzo del dito indice ſino alla punta, vi è quanto dalla punta del mento al congiungimento inſieme delle labbra; ed altrettanto è lunga la bocca, e tanto ancora ſon lunghe l'orecchie, ed il naſo; dall'ultima nocca verſo l'ungna del detto dito fino alla punta vi è la lunghezza dell'occhio, e tanto è la diſtanza dall'un occhio all'altro; il dito del mezzo della mano è tanto lungo, quanto lo ſpazio, che è dall'orecchio al naſo; e tanto è dalla punta del naſo al principio dell'orecchio, quanto è dalla punta del mento alle ciglia. E quì già intendiamo, che da taluno ci potrà eſſer detto, che non tutte le eccellenti Statue greche ſono di dieci faccie, nè hanno quelle dimenſioni, che fin quì ſi ſono moſtrate; e queſto pienamente gli concediamo ſenza contraſtare, e aggiugniamo anche, che godono di tutta la vaghezza; ma non da queſto ne procede, che le altre di dieci non lo ſieno ſimilmente, e ſi è perciò da noi preſa queſta via di miſure facili, e ſpedite, perchè anche i meno perſpicaci d'ingegno poſſano intenderle, riputandoſi da noi intanto, che il merito di queſte

Arti

ſime eguali, e ſimili hanno luogo nell'
altra

Arti ſia da riporre nel ſaper diſegnare con giuſto peſo, ed eguaglianza di parti, e dare a ciaſcuna di queſte quella differenza di carattere, che alla natura di loro ſi conviene. Che la perizia del diſegnare la figura giovi aſſai all' Architettura, non vi biſogna gran fatto di fatica per intenderlo. Delle opere d'Iddio la più bella, e la più vaga nella ſua proporzione, ſiccome per ſe medeſimo ciaſcuno intende, egli è il corpo dell'uomo. L'occhio, e la mano pertanto dell'Architetto, ove ſiaſi aſſuefatto, e accoſtumato a diſegnare opera di proporzione, e di grazia sì maraviglioſa, certamente ne avverrà, che da quella nel concepire, e nel porre in carta i ſuoi penſieri non ſi allontani. E perciò Michelangelo Bonarroti, ſiccome colui, che aſſai bene intendeva quanto foſſe all'Architetto di grande utilità queſta perizia, ſcrivea già in una delle ſue lettere „ E' coſa certa, che le membra dell'Architet„ tura dipendono dalle membra dell'uomo. „ Chi non è ſtato, o non è buon maeſtro di fi„ gure, e maſſime di notomia non ſe ne può „ intendere. „ (*a*) E ancora Vitruvio non altro propoſe all'Architetto per perfetto modello di proporzione, che il corpo umano (*b*). E di vero gli edifizj dei tempi a noi non gran fatto lontani, e in cui riſplende in particolar guiſa la grazia, la ſcioltezza, la facilità, e ſi vede tolta via la durezza, che in altri ſi preſenta, ſap-

(a) *Raccolta di lettere ſulla Pittura &c., ſcritte da celebri Profeſſori, pag. 9. in Roma l'anno 1754. per gli Eredi Barbiellini &c.*

(b) *Lib. 3. cap. 1.*

altra miſura(1). Si abbia pertanto una grandezza di 180. piedi di Parigi, di cui

---

ſappiamo, che furono opere, o di grandi maeſtri di figura, o che v'ebbe luogo il loro indirizzo, e conſiglio.

(1) Perchè non meno a miſurare una data grandezza, che a ridurre una miſura ad altra miſura, egli è richieſto di conoſcere la quantità, che eſſe hanno, e la proporzione, che tra di loro ſi trova, e corre; perciò quì, come a ſuo proprio luogo, ſtimiamo, che ſia da ragionare della proporzione di varj Palmi, Piedi, e Braccia, che ſono di uſo in Italia, e appreſſo di altre ſtraniere Nazioni. E in queſto ci piace di non allontanarci dalla proporzione rintracciata dal celebre Matematico Caſini di Bologna, il quale avendo diviſo il Piede di Parigi, che dicono anche del Re, in dodici Pollici, e ciaſcun Pollice in dodici Linee, ed ogni Linea in due Parti, egli ci diede il Piede di Parigi partito in 1440 Parti, e in appreſſo per mezzo di queſte Parti ſi aprì la via a potere ſcandagliare l'eſtenſione, e quantità di parecchie altre miſure, e a poter queſte ridurre le une all'altre, o maggiori, o minori che ſi foſſero. E perciò con eſſo diciamo, che

| | |
|---|---|
| Il Piede di Parigi è di Parti . . . . | 1440. |
| Il Piede di Bologna . . . . . . | 1682. $\frac{2}{5}$ |
| Il Piede di Danimarca . . . . . . | 1404. |
| Il Piede del Reno, o di Leyden . . | 1390. |
| Il Piede di Londra . . . . . . . | 1350. |
| Il Piede di Svezia . . . . . . . | 1316. |
| Il Piede Romano del Campidoglio . . | 1306. |

Il

cui ſi voglia conoſcere a quanti palmi Romani di Architettura ſi eſtenda, convien-

| | |
|---|---|
| Il Piede di Danzica . . . . . . . | 1272. |
| Il Piede di Amſterdam . . . . . . | 1258. |
| Il Piede di Venezia . . . . . . . | 1525. |
| Il Piede di Piacenza . . . . . . . | 2080. |
| Il Braccio di Lucca . . . . . . . | 2620. |
| Il Braccio di Bologna . . . . . . | 2640. |
| Il Braccio di Firenze da Terra . . | 2430. |
| Il Braccio di Firenze da Panno . . | 2580. |
| Il Braccio di Parma, e Piacenza . . | 2423. |
| Il Braccio di Modena da Terra . . | 2300. |
| Il Braccio di Reggio . . . . . . | 2348. |
| Il Braccio di Milano . . . . . . . | 2166. |
| Il Braccio di Milano da legno . . | 2620. |
| Il Braccio di Breſcia . . . . . . . | 2075. |
| Il Braccio di Mantova . . . . . . | 2062. |
| Il Palmo di Napoli . . . . . . . | 1169. |
| Il Palmo di Genova . . . . . . . | 1113. |
| Il Palmo di Palermo . . . . . . | 1073. |
| Il Palmo Romano d'Architetto . . . | 990. |

Delle quali 990. parti, a ciaſcuna delle dodici oncie, in cui il Palmo è diviſo, ne toccano parti 82, e mezza; e ad ogni uno dei cinque minuti, in cui l'oncia è partita, ne appartengono parti ſedici, e mezza.

Oltre alle miſure quì ſopra accennate, che ſono del Piede, del Braccio, e del Palmo, e che ſecondo i diverſi paeſi, ſi dividono anche in 10 parti eguali, ovvero 12, o 16, ovvero 20; vi è non ſolamente, come pure ſi è accennato il Dito, o ſia l'Oncia, ma anche il Paſſo, la Pertica, e il Miglio. Il Paſſo rinchiude 5 piedi, e diceſi Paſſo Geometrico. La

vien ſapere, che il piede di Parigi ſi parte in 1440 parti, e che di queſte il palmo Romano ne contiene ſoltanto 990. Queſto conoſciuto conviene moltiplicare le parti 1440 per gli piedi 180, e ſi avrà il prodotto 259200, e in appreſſo diviſo queſto prodotto per le parti 990 del palmo Romano, egli moſtrerà nel ſuo Quoziente la quantità di queſti palmi, che corriſpondono ai Piedi 180 di Parigi, e che ſono Palmi 261, e oncie 9, e minuti 4 e mezzo con qualche piccola quantità di più; come ſi vede nell' operazione Arimmetica, che quì ſi pone.

1440 — 180 — 990.
180
115200
1440 810
990|259200 |261. 990.
61200
181
8



Pertica è compoſta di piedi 6, ovvero di 10, ovvero di 12, ovvero di 16, e talora anche di 20. Il Miglio, che in Italia è la miſura per cui ſi conoſce l'eſtenſione delle vie, contiene in ſe medeſimo 1000 paſſi.

$$10\left|\frac{810}{990}\right| \frac{81}{99}$$

$$3\left|\frac{81}{99}\right| \frac{27}{33}.$$

$$3\left|\frac{27}{33}\right| \frac{9}{11}$$

$$11|108 \; | \; 9 \, \frac{10}{11}.$$

$$\frac{1}{12} \times \frac{9}{11}$$

$$11|50 \; 4 \, \frac{6}{11}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{10}{11}$$

## CAPO II.

### *Delle Superficie.*

PER Superficie s'intende la sola lunghezza, e larghezza di ciascun corpo, senza considerare l'altra sua parte, che ne costituisce la grossezza, siccome è la profondità; e perciò non ha per sua estremità, che linee, e si misura soltanto per lunghezza, e larghezza; siccome veggiamo avvenire nell'Ombre, le quali, non sono contenute, che da semplici, e pure linee, nè si possono in altra guisa misurare. Delle Superficie ve ne ha di moltissime maniere; nondimeno si può dire, che le più nominate sono tre; delle quali l'una si dice Piana; ed è quella, sopra cui, se si tirino linee dall'una all'altra estremità, saranno sempre tali linee rette; l'altra si dinomina Concava, come si vede in R, (*Tav.II. Num. II.*) e la terza Convessa, come in S; ma di queste due non

non è ora tempo da dover fare alcuna parola.

### PROBLEMA I.

*Conoſcere con modo meccanico ſe una ſuperficie piana ſia veramente tale.*

Suppongaſi, che la ſuperficie A B C D (*Tav. II. Num. I.*) debba eſſere piana. Ora per eſperimentare, e far prova, ſe ella in verità ſia tale, egli è da prendere la riga E F; la quale, almeno per una delle ſue coſte ſia retta, e diritta per quanto ſi può mai avere (1). E queſta coſta applicata al pia-

(1) Si avrà una riga retta, e diritta nelle ſue coſte, per quanto ſi può mai avere, ſe dopo aver con ogni poſſibile diligenza fatte queſte rette, e diritte, ſi accoſtino alle medeſime le coſte di un' altra riga, di cui ſiaſi certo che ſia pienamente diritta, e qualora avvenga, che in varj accoſtamenti, e giaciture ſi combacino nella loro eſtenſione in guiſa che in niuna parte ſi ſcorga penetrarvi dell'aria, ſaranno le righe pienamente diritte, e rette. E perciò infino a tanto che queſto non ſi ottiene, fa di biſogno di continuare a levare quelle parti, che a ciò ſi oppongono; e qualora non ſiaſi certo, che una delle righe è diritta, ſono tali parti da levare nell'una, e nell'altra riga.

piano della ſuperficie in tutte quelle giaciture, che più piaceranno; come ſarebbe in G H, in I K, in L M, in N O, e in P Q, e anche colla mano girandola intorno, ſicchè paſſeggi tutta la ſuperficie, ſe avverrà, che in ogni giacitura, e in ogni modo, che ſi giri, ciò ſucceda ſenza che tra la ſuperficie, e la coſta della riga appariſca niuna cavità, per cui ſcorgaſi punto di aria, ma che anzi la riga perfettamente in ogni ſua parte ſi combaci, e inſieme ſi congiunga alla ſuperficie, ſarà argomento abbaſtanza certo, e fermo, che la ſuperficie A B C D ſia in verità piana (1).

(1) Perchè il formare una Riga di legno, ovvero di qualunque altra materia, che ſia diritta, e che inſieme abbia aſſai, e di molta lunghezza, come ſarebbe richieſta a dover regolare la pianezza di un pavimento, o ſia di un piano orizontale vaſto, anzichè altro, ſi rende nella pratica aſſai difficile, e ſente poco men che dell'impoſſibile, egli per mio avviſo, qualora ciò avveniſſe di dover fare, è da uſare in parte di altro mezzo per trovare la ſuperficie piana. E queſto ſarebbe di collocare nel ſito, dove ſi aveſſe a formare un tal pavimento, un pajo di Tubi di piombo, ovvero più, e più, ſe-

ſecondo la vaſtità del medeſimo, i quali abbiano tra di loro communicazione, come ſi vede in A B, C D, (*Tav. II. Num. III.*) e che inſieme nella loro parte ſuperiore ſieno piantati tratto tratto, e per diritto altri Tubi, i quali tutti abbiano eguaglianza di diametro, come in F G H I K L M, e in N O P Q R S T. Perochè ordinati, e diſpoſti in queſta guiſa i Tubi, ne avverrà, che verſandovi dentro dell' acqua per lo dutto, e queſta montando, e ſalendo egualmente sù per tutti i medeſimi Tubi, come ſarebbe in T V, Z Y; e queſti ſegati nel luogo appunto, ove giugne l'acqua, vengono ad eſſere tra di loro tutti ad un'altezza, e quindi tutti ad un piano, e non eſſendo tra loro che in breve, e riſtretta diſtanza, ſi rende facile il poter aver riga diritta, e con cui all'altezza di queſti ſpeſſi Tubi ſi poſſa ſcandagliare, ed eſaminare quella pianezza, che ſarebbe richieſta a pavimento in cui ſi doveſſe, formare una meridiana, un orologio ſolare, o qualunque altro arneſe, che ſomma eſattezza dimandi. Qualora poi ſi doveſſe collocare il piano, come di un Piedeſtallo, perchè l'Archipendolo è iſtromento anch'eſſo, che di rade volte è eſatto, e perciò aſſai fallace, egli è pure da verſare dell'acqua ſopra del piano di quello, il quale, dove penda in alcuna parte, ſi vedrà manifeſtamente, che l'acqua verſo di quella medeſima parte anderà a ſcaricarſi, e per queſta via ſi ſcorgerà in quali parti, e in quale quantità ſia tuttavia da alzare, ovvero da dover abbaſſare; e quindi tornando a fare, e rifare la prova coll'acqua, alla fin fine verrà fatto di trovare quel piano, che ſi cercava nel Piedeſtallo.

## CAPO III.

### *Della Figura, e della ſua Miſura.*

PER Figura nelle coſe di Geometria Pratica, o ſia meccanica, s'intende ogni opera, la quale vien contenuta da uno, o più termini, ovvero ſia da una, o più linee. La Figura in primo luogo altra ſi dice Piana, ed altra ſi dinomina Solida. Figura Piana è quella, che vien delineata ſopra una ſuperficie piana; e altresì Solida ſi dinomina quella, la quale ſi conviene ai corpi, i quali hanno longitudine, latitudine, e profondità; ma di queſta non è ora tempo da poter tenere diſcorſo; e perciò alla Figura Piana ci biſogna di preſente ritornare. La Figura Piana poi è di tre ſorte; ſi chiama la prima Rettilinea, la ſeconda Curvilinea, e la terza porta il nome di Miſtilinea. La Figura Rettilinea è quella, che ha per ſuoi termini linee,

le

le quali ſono rette; e ſimilmente la Curvilinea è quella, che è contenuta da linee curve; e la Miſtilinea è compoſta di linee, delle quali alcuna è retta, e tale altra è curva. Ma ritornando alla Figura Rettilinea, diciamo, che queſta, qualora è compoſta di tre linee, ovvero abbia tre lati, ſi dinomina Trilatera, come ſarebbe in A; (*Tav. III. Num. I.*) e qualora ne abbia quattro, ſi chiama Quadrilatera, come in B; e dove ve ne abbia in numero maggiore, diceſi Moltilatera, come in C, D. La Figura Curvilinea, come che ſi eſtenda, e riceva ſotto di ſe medeſima un numero aſſai grande di forme; nondimeno di queſte non hanno proprio nome, ſe non che la Circolare, o ſia il Circolo, come in E, e l'Ovale, che ſi dice anche Elliſſe, ovvero forma Ellitica, come in F, rimanendo intanto ogni altra ſenza ſuo proprio nome, come la G, H. La Figura Miſtilinea poi anche eſſa rinchiude, e ſi ſtende a moltiſſime forme, ma

buona parte sono senza proprio nome, come si vede in I, la quale non ha nome di sorta alcuna. Delle altre poi, che hanno nome proprio, siccome non si è per ancora proposto quel tanto che è richiesto, perchè se ne possa con chiarezza parlare, se ne ragionerà a luogo più proprio di che sia il presente. La Misura poi della Figura Piana non è che il valore dei Piedi, o Palmi, ovvero Braccia della sua superficie, la quale vien detta anche Area; e perciò colui si dice saperla misurare, il quale sa dimostrare, che la proposta Area è di quei tanti Piedi, ovvero Palmi, di cui esser composta egli afferma.

### PROBLEMA I.

*Determinare ogni Misura di Figura, che sia Piana.*

Sebbene le Figure Piane, secondo ciò, che quì innanzi si è mostrato, sieno di varie sorti; e perciò anche ciascuna nel misurarla dimandi varietà di regola; nondimeno, siccome di tut-

tutte in misurando non si cerca niun' altra cosa, se non di sapere quale sia la quantità della loro Area, o sia Superficie, la quale, perchè non si considera che per largo, e per lungo, non avrà perciò che due misure, o sieno due termini, i quali moltiplicati l'uno per l'altro, mostreranno senza più quanti sieno i Palmi, o Piedi, che si chiamano Riquadrati, a cui si estende la proposta Area. E perciò tutto l'artifizio, per misurare qualunque Figura Piana, e sia pure irregolare quanto mai si voglia, sta riposto, e consiste nel ridurla ai due termini della superficie riquadrata; e a che si giugne per mezzo delle operazioni Arimmetiche, siccome appoco, appoco si verrà ai suoi luoghi mostrando. Si supponga pertanto di dover investigare la quantità dei Palmi di un'Area, la quale abbia da un lato la linea A B, (*Tav. III. Num II.*) e trovato esser questa di Palmi cinque, e dall' altro lato A C di Palmi quattro: in appresso moltiplica-

ti i Palmi quattro per gli cinque, si raccoglierà apertamente, che l'Area, che si racchiude dalle linee AB, AC si estende a venti Palmi riquadrati.

CA-

# CAPO IV.

## *Del Circolo.*

TRA le Figure Piane eſſendo il Circolo la Figura più ſemplice, ſiccome quello, che reſta formato da una ſola Linea curva; perciò da eſſo, come Figura meno di ogni altra compoſta, ſi vuole dar principio a parlare delle Figure Piane. E perciò diciamo, che il Circol o è una Figura Piana formata di una Linea curva, che girandoſi d'intorno ad un punto ritorna in ſe medeſima. Queſto tal punto ſi dinomina Centro; e tal Linea curva vien detta Periferia, o Circonferenza (1), e a cui quante Linee, o Raggi

(1) Per ſentimento già ricevuto, e ſtabilito tra i Profeſſori di Geometria, la circonferenza di qualunque circolo ſi divide in 360 parti eguali, alle quali parti danno il nome di Gradi; e ciaſcuno di queſti gradi vien da eſſi diviſo in 60 Minuti Primi; e ſimilmente ciaſcun di queſti in altrettanti Minuti Secondi; e in queſta guiſa procedono innanzi per quanto a loro è a grado.

gi ſieno condotti dal Centro, tutti tra di loro ſono eguali. Che ſe poi per mezzo del Centro ſia tirata una linea, la quale dall'una, e dall'altra parte termini alla circonferenza, ſicchè divida il Circolo in due parti eguali, queſta Linea porta il nome di Diametro, e quelle due parti ſi appellano Semicircoli.

### PROBLEMA I.

*Formare un Circolo.*

Per formare la figura del Circolo ci biſogna in primo luogo avere una Superficie piana. e queſta ſia A B C D, (*Tav. IV. Num. I.*) e in appreſſo ci conviene avere alle mani un pajo di Seſte, le quali aperte a piacere, e ſecondo ſi vorrà, che ſia la grandezza del Circolo. Suppongaſi adunque, che i raggi di queſto debbano avere l'eſtenſione della Linea E F già formata. Si aprano perciò le Seſte per quanto queſta ſi ſtende, e piantata l'una delle loro punte in quella parte della ſuperficie, che ſia capace di contenere

la

la grandezza del Circolo, che vi si vuol formare; e con essa quindi fatto centro nel punto G, si giri coll'altra punta delle Seste sopra di essa superficie, infino a tanto che la Linea curva, la quale da quella si vien formando, ritorni a girarsi in se medesima; e si avrà il Circolo H I K (1).

PRO-

(1) Qualora avvenga di dover tirar Circolo alla cui ampiezza non vi abbia compasso, che si stenda, come sarebbe volendosi formare gran circolo in terra, o in qualunque altra parte, egli è richiesto di piantar fitto in quel luogo dell'area, ove si vuole il centro, un piuolo, o stile di legno, ovvero di ferro; e in appresso accostando, o incastrando in esso alquanto largamente una delle estremità di una pertica, la quale abbia l'estensione, che debbono avere i raggi del Circolo, che si vuol descrivere, ovvero affidando al medesimo piuolo una delle estremità di una corda con cappio lento, in modo che questa possa girare intorno a quello; e armando l'altra estremità della pertica, ovvero della corda con stile pontuto, ovvero di un carbone, che tenuto bene diritto egualmente, verrà fatto di poter segnare con questo sopra l'area qualunque vasta circonferenza di circolo, che si vada cercando.

## PROBLEMA II.

*Trovare il Centro, che è ignoto di una data Circonferenza; e tirare una Circonferenza, che giri ſopra tre dati Punti.*

Suppoſta la Circonferenza A B C, (*Tav IV. Num. II.*) ſi ſegnino nella medeſima tre punti a piacere, e ſieno queſti in D, E, F. In appreſſo poſta una delle punte del Compaſſo in D, e aperta l'altra con apertura tale, che non meno dal punto D, che dal punto E ſi poſſa da ciaſcuno di eſſi tirare una Curvilinea, la quale ſeghi la compagna; e l'una di queſte ſia G H I, e l'altra G K I, e che amendue ſi ſegano nei punti G, I. Fatto queſto ſi poſi ſimilmente l'una delle punte del Compaſſo in F, e colla medeſima apertura, o diverſa, e come torna il meglio, ſi giri l'altra in guiſa, che dal punto F, e dal punto E vengano formate le due altre Curvilinee L M N, ed L O N, le quali ſi ſeghino, nelli punti L, N. Ora per gli punti d'interſecazione G, L, ed

ed L, N si tirino due Linee Rette indefinite, e dove queste Linee verranno a segarsi insieme, ivi sarà il Centro della proposta Circonferenza ABC.

Per far girare una Circonferenza sopra tre dati punti, i quali, sebbene sieno a piacere, non debbono però essere in Linea Retta, e come su della medesima l'uno appresso all'altro, ma conviene, che per l'Area sieno sparsi, fa di mestiere tirare dai tre proposti punti le medesime Linee Curve, e Rette, come si è operato per trovare il centro della data Circonferenza; e trovato per tal via il centro di così fatti punti, e in esso posta una punta delle Seste, e aperta l'altra in modo che giunga ad uno dei dati punti, si vedrà, che girando tal punta, passerà sopra dei tre proposti punti la Circonferenza, che da essa vien formata (1).

PRO-

(1) Coll'operare in questa guisa saprà ogni artefice, avendo nelle mani qualunque pezzo di rotondità, non pure trovare alla medesima il proprio centro, e la sua circonferenza; ma an-

## PROBLEMA III.

### *Tirare il Diametro di un Circolo, di cui s'ignora il Centro, da un Punto dato nella ſua Circonferenza.*

Poſta la Circonfereuza A B C, (*Tav. IV. Num, IV.*) e il dato Punto D,

---

anche con certezza inveſtigherà qualſia l'eſtenſione del diametro della medeſima. Che ſe poi avveniſſe, che volendo trovare il centro di una data circonferenza, la quale foſſe poſta in ſito tale, che non permetteſſe di tirare alcuna parte delle linee curve al di fuori della medeſima, come ſarebbe ſe foſſe cinta di mura, fa allora di meſtiere di operare in queſta guiſa. Suppongaſi già la circonferenza A B C, (*Tav. IV. Num. III.*) e ſopra di eſſa i tre dati punti D, E, F; e operando nella guiſa, che di ſopra ſi è moſtrata, ſieno per metà a un dipreſſo tirate le curvilinee G H I, e K L I; e preſa a piacere una porzione della curvilinea G H I, e queſta ſia da G in H, ſi prenda una ſimile, eguale porzione della curvilinea K L I, e ſia, perciò ancor queſta da K L. Ciò eſeguito ſi faccia con una punta del compaſſo centro in H, e centro in L, onde girandolo con quella apertura, che più piace, le curvilinee, che da eſſo ſi formano, verranno ad interſecarſi in M; e ſimilmente, ove piaceſſe, dai medeſimi punti H, L con maggiore apertura operando s'interſecheranno in N. Di poi per gli punti di queſte interſecazioni egli è dalla circonferenza da tirare una linea retta. In appreſſo, ſe-

D, bisogna far centro in questo, e con apertura di Compasso a piacere intersecare egualmente dal medesimo la circonferenza A B C nei punti E, ed F. In appresso fatto similmente centro in E con tale apertura di Seste, che oltrepassi al di fuori della circonferenza, si formi la Linea Curva in G; dipoi colla medesima apertura se ne formi un'altra allo stesso G; (1) e ultimamente tirando da questo una Linea Retta al Punto dato D, sarà essa il Diametro della Circonferenza A B C. PRO-

---

seguendo la medesima maniera, si tirino le curvilinee O P Q, ed R S Q; e quindi prese le loro porzioni eguali in P, S, e formata l'intersecazione in T, ed V, si tiri similmente per esse una linea retta, la quale mostrerà essere il centro della data circonferenza A B C nel punto, ove sega, e taglia l'altra linea retta.

(1) Perchè può avvenire, che non si possano formare l'intersecazioni, nè dalla parte di dentro, nè dall'altra di fuori alla Circonferenza, come sarebbe ad una Cuppola; perciò in tal caso sono dal dato punto A da moltiplicare le intersecazioni sulla circonferenza, come in B C D E, (*Tav. IV Num. IV*) perfinchè fuori delle medesime non rimane di quelle, che un piccolo spazio, il quale diviso per metà, darà il punto F, che corrisponde al dato punto A, e da cui a questo è da tirare il diametro.

### PROBLEMA IV.

*Sapere dalla quantità nota del Diametro, l' ignota della Circonferenza, e ſimilmente all' oppoſto.*

Perchè il Diametro ha alla Circonferenza qnel medeſimo riſpetto, e quella ſteſſa ragione, che ha il 7. al 22, (1) e perciò partito, e diviſo il Dia-

(1) Queſto riſpetto, e queſta ragione non ſi vuole, che ſia preſa in guiſa, che rinchiuda tutta la preciſione, ed eſattezza; ma ſoltanto che vi ſi accoſti aſſai da vicino, e in guiſa, che talora alle centomilleſime parti, e tale altre alle centomillioneſime, quelle del Diametro non corriſponderanno a quelle della Circonferenza per una parte; la qual piccoliſſima parte già s'intende doverſi riputare per una minuzia, e per coſa di niun momento. Sebbene adunque la ragione della circonferenza al ſuo diametro non poſſa eſſere con eſattezza, e geometricamente miſurata; nondimeno aſſai bene ſi dice con Archimede, che il diametro è alla circonferenza, come 7 a 22; e ciò per approſimazione; perchè, avendo il diametro 7 parti, la circonferenza ne ha tal quantità, che è più vicina alle parti 22, che alle 21. E ſimilmente per approſſimazione, ſe ſieno date al diametro 100 parti, ſono da darſene alla circonferenza 314; e ſe a quello 113, e a queſta ſe ne debbono 355; e qneſta approſſimazione

Diametro in ſette parti, la ſua Circonferenza verrà ad eſſere ventidue di queſte medeſime parti. Ora ſuppongaſi di avere un Diametro, la di cui quantità ſia di cento palmi; e diceſi ſe 7 mi dà 22, che mi darà 100. e operando ſecondo la regola aurea, ſi troverà che i Palmi della Circonferenza ſono $314\frac{2}{7}$; ſiccome quì appreſſo dall'operazione ſi fa paleſe.

```
7 — 22 — 100
          22
        ----
         200
        200
      ---------------    2
  7 | 2200      |314    -
                         7
       13
```

La maniera dell'operare, per inveſtigare dalla quantità nota della Circonferenza l'ignota del Diametro, è la medeſima, che la già propoſta quì innanzi, ſe non che biſogna mutar poſto ai pri-

ne ſi ſtima anche eſſer la più vicina, e la più eſatta. Ove poi i circoli ſono alquanto grandi ſi può dare al diametro 10000 parti, e ſaranno allora quelle della Circonferenza 31415.

primi due termini, o ſia traſporli, e per terzo a luogo della quantità del Diametro ſi pone quella della Circonferenza; e quindi ſi dice, ſe 22 Palmi della Circonferenza corriſpondono a 7 del Diametro $314\frac{2}{7}$ di quella, a quanti di queſto corriſponderanno? Che operando, come quì appreſſo ſi vede, trovaſi, che ſono 100 Palmi di Diametro.

$$22 - 7 - 314\frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 2198 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

22 | 2200 | 100

PROBLEMA V.

*Miſurare la Superficie di qualunque Circolo.*

Tra le operazioni Arimmetiche, che a ciò conducono, non ci piace in queſto luogo di proporne che una, la qual ſtimiamo eſſer la più Piana, e la più ſemplice, e di cui non vogliamo recarne le ragioni, perchè non ſi confa-

sarebbero all'intendimento delle persone, per cui si scrive. L' operazione adunque, che proponiamo, dimanda, che si moltiplichi la quantità del Diametro per quella della Circonferenza; e di poi, che il prodotto di questa moltiplicazione venga sempre diviso pel numero quattro; e il Quoziente di questa divisione dimostrerà la quantità dell' Area del Circolo. Suppongasi adunque di avere il Diametro di palmi 14, la cui Circonferenza sarà perciò di 44, la quale operando, come si è insegnato, darà per la quantità dell' Area palmi 154. E ciò ben si vede nell' operazione che segue. (1)

P. 44
P. 14
176
44
4 [ 616 [ 154
21

CA-

(1) Oltre alla proposta operazione, onde poter ricogliere la quantità dell'area del circolo,

lo, ve ne ſono bene altre quattro, le quali producono il medeſimo effetto. La prima di queſte richiede, che ſi moltiplichi la quantità della metà del diametro per la quantità della metà della circonferenza. La metà del diametro, di cui ſi è di ſopra fatto uſo è di palmi 7, e la metà della circonferenza è di palmi 22; i quali in queſta guiſa moltiplicati riproducono l'area, che già di ſopra ſi è trovata, come ſi vede.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 7 \\ \hline 154 \end{array}$$

La ſeconda dimanda, che ſi moltiplichi la quarta parte del diametro per tutta la circonferenza. La quarta parte del propoſto diametro monta a palmi 3, e $\frac{1}{2}$, e la circonferenza 44; i quali moltiplicati, come ſegue, anch' eſſi producono in queſta guiſa la già ritrovata area.

$$\begin{array}{r} 44 \\ 3\frac{1}{2} \\ \hline 132 \\ 22 \\ \hline 154 \end{array}$$

La terza vuole, che ſi debba moltiplicare tutta la quantità del diametro in ſe medeſima, e che il prodotto ſi moltiplichi di nuovo pel numero undici, e che il prodotto di queſta ſeconda moltiplicazione ſi parta pel numero quatordici, e ſarà ſimilmente il ſuo quoziente la già ritrovata area. Si operi pertanto in queſta guiſa.

14

```
      14
      14
      56
     14
     196
      11
     196
    196
14 | 2156 | 154
      75
```

La quarta si eseguе col moltiplicare tutta la quantità della circonferenza per se medesima, dividendo in appresso il prodotto, che ne risulta pel numero ventidue; il cui quoziente è nuovamente da dividere per quattro settimi; e si avrà la medesima area, che già di sopra si è ritrovata. Ed ecco l'operazione.

```
      44
      44
     176
    176
22 | 1936 | 88        616     4
      17
                       88     4
                       -- X  -
                        1     7

  4 | 616 | 154
       21
```

## CAPO V.

### *Degli Angoli Piani.*

L'Angolo, che si dinomina Piano, non è che una grandezza, o sia quantità, che viene ad esser determinata, da due Linee, che s'incontrano in un punto, il quale si dice *Vertice* dell'Angolo; e che si giacciono sopra di una Superficie Piana; e che perciò per la parte, a cui non sono le Linee, lasciano tal quantità a dover essere indeterminata, come si vede in A. (*Tav.V. Num.I.*) E perchè l'Angolo, siccome s'intende dalla descrizione, che se n'è proposta, può esser considerato, e per riguardo alle Linee, che lo compongono, e per rispetto alla quantità, che rinchiude, egli è perciò per ciascuno di questi due rispetti da dividersi in tre sorte. Per riguardo alle Linee, se queste sieno ambedue Rette, l'Angolo si dirà *Rettilineo*, siccome è l'Angolo in A; se ambedue Curve, si chiamerà *Curvilineo*, come appare in

B, e C;

B, e C; e ſe l'una è Retta, e l'altra Curva, ſi dinominerà *Miſtilineo*, come ſi vede in D, ed E. Ma perchè l'uſo dell'Angolo Curvilineo, e Miſtilineo è in Geometria aſſai riſtretto; ſi vuole perciò ſoltanto avvertire del Miſtilineo, che, toccando la ſua Linea retta alcun punto della Periferia di un Circolo, ſi vengono a formare due Angoli Miſtilinei, i quali ſono anche dinominati Angoli del Contatto; e ſimilmente il Punto, in cui la Linea Retta tocca il Circolo, e che perciò prende il nome di *Tangente*, ſi chiama Punto del Contatto, come tutto ſi vede in F. Per riſpetto poi alla quantità, e inſieme alla rettitudine delle Linee, ſono ſimilmente gli Angoli di tre ſorte. Tra queſti ſi vuol dare il primo luogo al *Retto*, che anche ſi dinomina Angolo a *Squadro*, e che ſi ha allora, quando ſopra una data Retta Linea cade per diritto, e in guiſa che non più da una parte, che dall'altra un'altra Retta Linea; la quale con proprio nome ſi chia-

ma *Perpendicolare*, come in G. Il secondo Angolo di Linee Rette ha il nome di *Ottuso*; e questo si ha qualora sopra una data Retta Linea, ne cade un' altra così obliquamente, che la quantità di questo viene ad esser maggiore di quella dell'Angolo Retto, come in H. Il terzo si chiama *Acuto*, e questo si viene a formare, quando similmente sopra un'altra Retta Linea ne cade pure un'altra obliquamente; ma in modo, che l'Angolo, il quale ne nasce, ha minore quantità di che sia il Retto, come in I.

### PROBLEMA I.

*Formare un' Angolo Retto in qualunque parte di una data Retta Linea.*

Perchè può avvenire, che si voglia l'Angolo Retto all'estremità della Linea, o in altro Punto, che si trova per entro della medesima; e questo qualora avvenga, siccome richiede diversa maniera di operare; così ci conviene di proporre la regola, la quale è da tenere nell'uno, e nell'altro caso. Suppongasi pertanto di dover formare l'Angolo Retto alla metà del-

della data Retta Linea A B, (*Tav. V. Num. II.*) o in altro punto, che non ſia all' eſtremità. Sia perciò queſta data Retta Linea A B, a cui ſull'eſtremo A, ſi ponga l'una delle punte del Compaſſo, e coll'altra girando, ſi formi la Linea Curva C B D; e ſimilmente colla medeſima apertura di Compaſſo, fatto centro in B, ſi deſcriva la Linea Curva C A D. Le quali due Linee Curve, come ſi vede, ſi debbono interſecare nei Punti C, e D. (1) Che ſe per gli Pun-

(1) Accadendo, che queſte interſecazioni, per difetto di luogo, non ſi poſſano formare, dall'una, e dall'altra parte, conviene in tal caſo operare di queſta guiſa. Sia la data retta linea A B, (*Tav. V. Num. III.*) e fatto centro in A, con quell'apertura di compaſſo, che più conviene, ſi tiri la curva C B, e ſimilmente colla medeſima apertura fatto centro in B, ſi tiri l'altra curva A D, le quali due curve tra di loro s'interſecano nel punto E. In appreſſo, riſtretto il compaſſo, s'interſechino le due formate curve egualmente dai punti A, B, e ciò avvenga in F, G. Ora fatto centro in F, e in G con apertura di compaſſo a piacere, ſi tirino altre due piccole curve, le quali s'interſechino in H. Si conduca per il punto H, e pel punto E all'I dell'A B una retta, la quale ſarà alla medeſima Perpendicolare, e formerà gli Angoli Retti A I E, e B I E. Le propoſte manie-

Punti di queste intersecazioni si tiri la Retta C D, essa non pure sarà Perpendicolare all'A B, e la dividerà per metà nel Punto E; ma anche formerà i due Angoli A E C, B E C, i quali sono Retti. Qualora poi sopra la data Retta Linea F G si abbia da formare l'Angolo Retto in altro Punto, che non sia nè al mezzo di essa, nè alle sue estremità, come sarebbe H, convien prendere per la medesima Retta Linea F G due spazj, che sieno egualmente distanti dal proposto Punto H, siccome sono I, K, e da questi girando le Seste, come sopra, si avranno le Curve L I M, e L K M, le quali s'intersecano nei Punti L, M; e per cui tirata la Retta L M, si avranno similmente al dato Punto H, che

re di formare le intersecazioni, e quindi gli Angoli Retti, ove accada di formargli sù di un pavimento, ovvero ad una parete, possono anche effettuarsi, ponendo ai luoghi dei centri tanti chiodi, e a questi fidando il cappio di un filo, facendo le intersecazioni coll'altra estremità di questo, a cui per segnarle si tiene unito un pezzo di carbone, ovvero di gesso, o qualunque altra materia, che a ciò sia atta.

che n'è il Vertice, i due Angoli F H L, e G H L, che ſono anch' eſſi Retti. (1) Dovendo poi coſtruire l'Angolo Retto in ſu l'eſtremità della Linea, egli è da operare in queſta guiſa. Sia perciò la data Retta Linea N P, a cui ſu l'eſtremità N ſi

(1) Per gli Mecanici, qualora gli biſogna formare l'Angolo Retto in qualche dato punto, è coſa aſſai pronta, e ſpedita l'uſare dell'Iſtromento, che ſi chiama *Squadra*, e che ſuole eſſer formata di due righe di legno, o di ferro, ovvero di altra ſimile materia, le quali righe in uno dei loro eſtremi ſono commeſſe inſieme ad Angolo Retto. Ad eſſi pertanto, qualora vogliono uſare di queſto iſtromento, altro non gli biſogna fare, che preſentarlo ſopra la linea al punto in eſſa dato, e ciò in modo, che il Vertice dell'Angolo Retto della Squadra venga a cadere ſopra il dato punto. Sia adunque la linea F G, (*Tav. V. Num. V.*) e il punto dato H, ſe a queſto ſi applichi la Squadra, come ſi è detto, e a ſeconda della medeſima Squadra ſi tiri la linea H I, ſi avranno gli Angoli F H I, e G H I, che ſono Retti. E quando i lati di queſti Angoli doveſſero eſſer più lunghi di quelli della Squadra, altro non è richieſto di fare, che di applicare un filo al Vertice della Squadra, e quello diſtenderlo per quanto ſi vuole; ma in modo, che baci egualmente, e da per tutto quel lato della Squadra, a ſeconda di cui il filo ſi diſtende. E queſto maſſimamente avviene di dover fare ſopra del terreno nel ripartire il piantato delle fabbriche.

N si voglia formare l' Angolo Retto. Aperte le Seste a piacere, e posta una loro punta nel Punto N, e coll'altra punta fatto centro in qualsivoglia Punto, che sia fuori della Retta N P, e sia questo in Q si descriva coll'intervallo N Q la Curva P N R, la quale deve in alcun Punto intersecare la N P, e suppongasi, che ciò avvenga nel Punto P, e dalla R distendersi indefinitamente. Ora dal Punto P, e per lo centro Q tirisi una Linea Retta, la quale intersechi la tirata Curva alla parte di R, che facendo da questa intersecazione R, e per lo Punto N cadere una Linea, si avrà all'estremità della data N P, l'Angolo Retto P N R. (1)

PRO-

(1) Il semicircolo P N R col suo diametro P Q R prestano un modo assai facile ai Mecanici di potersi costruire una esatta Squadra, e onde giudicare della sua esattezza. Perocchè; se eglino, avendo formato un semicircolo col suo diametro, tireranno dalle estremità di questo due linee rette, che vadano ad unirsi in qualsivoglia punto del semicircolo, ne avranno senza fallo nel punto dell'unione il vertice di un'Angolo Retto. Ora avendo eglino for-

formato due regoletti, che ſieno per ogni parte diritti, come già altrove ſi è moſtrato, ſe ſegheranno nella ſuperficie della tavola quel tanto, che ne corre tra la linea curva del ſemicircolo, e le linee rette, le quali formano l'Angolo Retto, laſciando di ciò, che è ſotto la ſuperficie quella porzione, che poſſa riempire i canaletti, che vi avranno formato nei due regoletti, e queſti inſieme incaſtrati, uniranno alle linee, al vertice dell'Angolo retto in modo, che con eſſo venga a combaciarſi in ogni lor parte, avranno certamente Squadra, che ſarà per ogni ſua parte eſatta. Già s'intende, che queſta maniera conduce ſoltanto a formare la Squadra di legno, la quale, ſe ſi voleſſe di ferro, o di ottone, formate che ſieno le righe diritte di queſte materie, e unite inſieme ad Angolo Retto, per conoſcere ſe ſia la Squadra, che ne rimane coſtruita, di quella perfezione, che ſi richiede, baſta a preſentarla ſopra di un Angolo, che ſia ſtato formato nella guiſa, con cui queſto ſi è coſtruito, oſſervando, ſe per ogni ſua parte eſſa lo bacia.

Egli è anche coſa aſſai piana, e ſpedita il coſtruire l'Angolo retto all'eſtremità di una linea in altre due maniere, le quali ci piace di proporre ambedue; perchè talora avviene, che l'una ſia per cagione del ſito più opportuna, che l'altra non è. Per la prima ſi opera in queſta guiſa. Sia la linea data A B, (*Tav. VI. Num. VII.*) in cui il punto A debba eſſere il vertice dell'Angolo. Con quell' apertura di Compaſſo, che più piacerà, fatto centro in A, ſi tiri la curva C D E, e ſimilmente fatto centro in E, ſi formi colla ſteſſa apertura l'altra curva A D, che interſeca la C D E nel punto D. E fatto anche colla medeſima apertura

## PROBLEMA II.

*Dato un Punto fuori di una data Linea, tirare dal dato Punto una Perpendicolare alla data Retta Linea.*

Sia la data Retta Linea A B, (*Tav. VI. Num. VIII.*) e il Punto che vien dato fuori di essa sia in C. Posta una punta delle Seste in C, e tirata la Curva D E F, la quale seghi la data Retta A B nei Punti D, F; e posta similmente una punta del Compasso in D, e dipoi in F, e girandolo si formi una intersecazione nel Punto G. In appresso tirata dal

---

centro in questo, si tiri la curva A C F; e nello stesso modo fatto centro in C, si formi l'intersecazione al punto F, da cui al punto A tirando una linea, si avrà l'Angolo Retto BAF. Per la seconda maniera si opera in quest'altra guisa. Sia la retta G H, e aperte le seste a piacere, e fatto centro in H, si tiri la curva IK. In appresso con simile apertura di seste, fatto centro in I, si formi l'intersecazione in K, e da questo similmente colla medesima apertura si segni una curva in L. Dipoi dal punto I per l'intersecazione K, si tiri in L una linea retta, la quale intersecherà la stessa L. Ora se da questa intersecazione si faccia cadere in H una retta, si avrà l'Angolo Retto G H L.

dal Punto C in G una Linea, ſarà queſta la Perpendicolare, che ſi cercava. (1)

PRO-

(1) A far cadere una Perpendicolare in una parete, o in altra ſimile parte, egli è per gli Mecanici mezzo aſſai acconcio un Regolo, ben diritto, quale ſi vede in A B; (*Tav.VI. Num.IX.*) ed un'altro arneſe, a cui vien dato il nome di Piombo, perchè fabbricato di ſimile materia, ovvero di ottone, e che è di forma rotonda, e lungo intorno alle ſei oncie, e groſſo intorno alle due, per lo cui mezzo dee a forza paſſare una cordicella. Queſta cordicella poi deve ſimilmente, ma con libertà paſſare per lo mezzo della parte rotonda di una rotella di legno, la cui groſſezza non conviene, che oltrepaſſi il diametro del Piombo, quale ſi vede in C D. Ora applicato alla parete il Regolo, e a queſto il piano della rotella, e con una mano, ove ſi poſſa, ſoſtenendo l'una, e l'altra, e coll'altra mano movendo il Regolo infino a tanto, che tocchi, e non tocchi il Piombo, perchè eſſendo il Regolo allora perpendicolare, levato il Piombo, e ſegnata a ſeconda del Regolo con carbone, o altra materia una linea, ſarà anche queſta perpendicolare. Egli è pure per gli Mecanici un mezzo aſſai ſpedito per trovare la Perpendicolare, lo avere una piccola tavoletta di legno, o di altra materia, nel cui mezzo ſia formata una Linea Retta, e nella cui ſommità penda da piccolo buco un filo, che ſoſtiene una pallina a modo di Piombo, come ſi vede in E. Ora ſe il filo cada per ogni parte a ſeconda della Retta Linea, che è formata nel

## PROBLEMA III.

*Dividere un' Angolo Rettilineo in due parti eguali.*

Sia l'Angolo Rettilineo, che si vuole dividere in due parti eguali, A B C. (*Tav. VI. Num. X.*) Si ponga una punta delle Seste nel Vertice B, e coll'altra punta si formi la Curva A C. Inappresso fatto centro in A, e poi in C, si faccia l'intersecazione D, e tirata dal Punto B per D una Retta Linea, rimarrà da questa l'Angolo Rettilineo A B C diviso in due parti, che sono tra di loro eguali. (1)

PRO-

---

mezzo della tavoletta, e similmente a seconda del medesimo filo, per quella parte, che si fa calare fuori di quella, si segni una linea, essa sarà pure Perpendicolare. L'istromento, che si chiama Piombo, e che quì sopra si è descritto, serve anche per giudicare, se le mura, ed altre opere di tal sorta sieno ben diritte, e che perciò si dicono essere a Piombo, e che in difetto, essere fuori di Piombo. La forma di questo, qualora serva a tal uso, si vede in F G.

(1) L'Angolo Rettilineo, replicando questa medesima operazione, può esser diviso in quattro, in otto parti, e in ogni altra quantità di parti, che procedono dal numero 2 in tal guisa

## PROBLEMA IV.

### *Da un dato Punto nella Circonferenza del Circolo tirare una Tangente, da cui si formano due Angoli Retti.*

Sia il Circolo A B C, ( *Tav. VII. Num. XII.* ) e il Punto dato sia in A. Ora

---

sa raddoppiato; non si può però partire per via di regola, nè in cinque, nè in sette, nè in nove parti, nè in altri numeri, che da questi derivano, se non che col tentare, e col replicare la divisione infino a tanto, che con essa si giugne a trovare quella quantità di parti, che corrispondono ad alcuno di questi numeri, che si cercano. Pel numero 3 si propone tuttavia la seguente maniera di operare, la quale, come che sia sfornita di evidenza, e di dimostrazione, pure si trova, che divide l'Angolo Rettilineo in tre parti eguali. Sia adunque questo Angolo Rettilineo A B C, (*Tav. VI. Num. XI.*) e sia diviso, come si mostrato, in due parti eguali dalla retta B D. Ora con quell'intervallo, che più piace fatto centro in B, si descriva il Circolo E F G H, la cui periferia segherà la retta B D nel punto I. Col medesimo intervallo, e da questo punto I si descriva la curva A C, la quale sarà divisa per mezzo nel punto D dalla retta, che già partì l'Angolo in due parti eguali. In appresso si prolunghino i lati del medesimo Angolo infino alla circonferenza del circolo nei punti F, G; e da questi tirate due linee in D, esse divideranno in tre parti eguali, come si vede in E K, in K L, e in L H, la curva E H dell'Angolo E B H.

Ora dal Centro D pel Punto A ſi tiri la Retta D E, e ſopra queſta ſi alzi la Perpendicolare F G, la quale ſarà, è Tangente del Circolo nel dato Punto A, e formerà gli Angoli Retti E A G, ed E A F.

### PROBLEMA V.

*Da un dato Punto fuori del Circolo, tirare una Linea, che ſia Tangente al medeſimo Circolo.*

Il Punto dato ſia A, (*Tav. VII. Num. XIII*) e ſia ſimilmente B C D il Circolo, a cui conviene tirare la Tangente. Dal Centro E ſi tiri in A una Linea Retta, la quale ſia diviſa in due parti eguali nel Punto F, in cui fatto Centro coll'apertura F A, ſi deſcriva il Semicircolo A B E, e tirando dal Punto B, in cui il Semicircolo ha ſegato il Circolo, la Retta B A, ſarà queſta la Tangente tirata dal Punto A fuori del Circolo B C D.

### PROBLEMA VI.

*Dato il Circolo, e la Tangente trovare il Punto del Contatto.*

Sia il dato Circolo A B C, (*Tav. VII. Num. XIV.*) e la data Tangente D E. Ora dal Centro F si faccia cadere sopra la Tangente D E la Perpendicolare F C, e il Punto C, in cui questa sega la Periferia, e la Tangente, sarà il Punto del Contatto.

### PROBLEMA VII.

*Data una Retta Linea, e in essa un Punto, formare alla parte di questo un'Angolo, che sia eguale ad un'altro già dato Angolo.*

Sia l'Angolo dato A B C, (*Tav. VII. Num. XV.*) e la data Retta Linea D E, ed il Punto in essa sia E. Posto ora il Compasso in B, si descriva la Curva A C. In appresso colla medesima apertura fermato il Compasso in E si descriva similmente la Curva D F, (1) so-

(1) Si vuole in questo luogo avvertire, che a maggiore esattezza di questa operazione, egli è cosa assai buona, di formare la curva AC sù

ſopra di cui portata in G la miſura della Curva A C, e da G tirata una Retta in E, ſarà l'Angolo D E G, formato al dato Punto E nella Linea D E eguale al dato Angolo A B C. (1)

PRO-

---

sù l'eſtremità dei lati dell'Angolo per quanto più ſi puote, perchè, ove queſta curva foſſe formata con piccola apertura di compaſſo, non è tanto facile il prenderne eſatta miſura da poterla traſportare in D F.

(1) Si può anche per altra via formare in carta un'Angolo ſimile ad un'altro Angolo, e maſſimamente qualora ſi doveſſe ciò fare degli Angoli, che ſi hanno nelle mura, i quali sono, o interni, ovvero eſterni. Per gli Angoli eſterni ſi vogliono avere due righe, le quali debbono eſſer unite inſieme per mezzo di una vite, come ſi vede in A, (*Tav. VII. Num. XVI*) le quali preſentate all'Angolo eſterno, e miſurata la loro apertura con riga, o con filo, o con paſſetto, ne daranno la ſua quantità da portarſi in carta. Per gli Angoli interni poi, e ſia uno di queſti B C D, ſi vuol ſegnare nel lato B C il numero dei palmi; o altra quantità, che più piaccia, come ſarebbero tre palmi. In appreſſo queſto medeſimo numero di palmi è da ſegnare ſul lato C D. E quindi al punto B, e D tirata una linea, ovvero applicato un filo, o altro tale arneſe, che miſurato col medeſimo palmo, o paſſetto, con cui furono miſurati i tre palmi dei lati B C, C D, ſi potrà pienamente comprendere l'ampiezza dell'Angolo, che ſi deve riportare ſulla carta.

PROBLEMA VIII.

*Conoſcere per mezzo della Miſura, ſe gli Angoli Rettilinei Acuti, e Ottuſi ſieno maggiori, o minori dell' Angolo Retto, ovvero a quanti Angoli Retti ſieno eguali.*

Sieno gli Angoli Rettilinei, e Acuti A, B, C, (*Tav. VII. Num. XVII.*) della cui quantità ſi deve giudicare a quanti Angoli Retti ſieno eguali; e ſia pure la Retta D E, ſopra cui ſi alzi la Perpendicolare F G. Ora fatto Centro in H, ove queſta ſega la D E, con quell'apertura di Compaſſo, che più piace, ſi deſcriva il Circolo G I K, In appreſſo con queſta medeſima apertura fatto centro al Vertice degli Angoli A, B, C. ſi formino le Curve L M, N O, P Q. Si miſuri dipoi col Compaſſo la diſtanza di L M, e ſi porti in E I, e ſimilmente quella di N O, e di P Q ſi porti in I K, e in K D. E ciò fatto, ſi vedrà con tutta evidenza, che gli Angoli A, B, C ſono eguali a due Retti, e che caiſcuno di eſſi, ſicco-

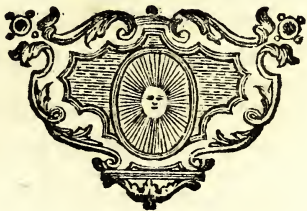
come minore di un Retto, deve essere avuto per Acuto. In questa medesima guisa si giudicherà della quantità degli Angoli Ottusi per rispetto al Retto, (1) e di quel-

(1) La misura poi dell'Angolo Retto si prende dalla divisione del Circolo, il quale, siccome altrove si accennava, è partito in gradi 360; e perciò i quattro Angoli DHF, DHG, GHE, EHF dentro del circolo, e che sono Retti, hanno gradi 90 per ogniuno di loro. Da che egli è anche cosa piana il raccogliere, che gli Angoli acuti, siccome minori del Retto, rinchiudono minor numero di gradi; e che gli Ottusi, siccome maggiori, oltrepassano i novanta gradi. Per ravvisare la quantità di questi in qualsivoglia sorta di angolo, si usa dell'Istromento, che si chiama il Semicircolo, la cui materia suol essere, o l'ottone, o l'osso, ovvero il talco; il qual talco, a chi lo ponga in operazione, presterà modo di raccogliere assai esattamente la quantità dei gradi, siccome quello, che essendo trasparente, permette che con chiarezza si veggano i lati dell'Angolo. La divisione del Semicircolo, che deve essere di gradi 180, si farà con molto di facilità, se prima si divide in due parti eguali; e ciascuna di queste due parti si torni a dividere in tre altre parti similmente eguali; e nuovamente ogniuna di queste tre si parte in sei eguali porzioni; e per ultimo ciascuna di queste sei rimanga divisa in cinque porzioni similmente eguali. Le quali parti, o gradi si notano con piccioli taglietti nella Circonferen-

quella degli Acuti, e degli Ottuſi meſcolati inſieme.

CA-

---

renza del Semicircolo; Il taglio però di ogni decimo grado deve eſſere alquanto maggiore, e portare ſopra di ſe ſegnato con cifra Arimmetica il numero dei gradi, che ad eſſa corriſpondono, come diſtintamente ſi vede in A. (*Tav. VII. Num. XVIII.*) La grandezza di queſto Iſtromento per operare in carta, non è richieſto, che oltrepaſſi la miſura di tre, o di quattro dita. Volendo pertanto eſaminare con eſſo la quantità dell'Angolo B C D, ſi adatterà il diametro del Semicircolo all'uno dei ſuoi lati, e ſia queſto B C, in modo che il Centro del Semicircolo, e il vertice dell'Angolo pienamente ſi corriſpondano; e di poi ſi oſſerverà ſotto a qual quantità di gradi ſegnati nel Semicircolo, cada il lato C D; e trovando, che cade ai 40 gradi, ſi dirà, che l'Angolo B C D tanti ne rinchiude; e che perciò è anche Angolo Acuto. Che ſe poi oltrepaſſaſſe i 90, ſi direbbe eſſere Ottuſo. E perciò l'Angolo Ottuſo non può eſſer miſurato dalla quarta parte del Circolo, o ſia dal Quadrante, ſiccome ne viene miſurato l'Acuto.

## CAPO VI.

### *Delle Linee Parallele.*

ALlora le Linee si dicono esser Parallele, qualora si hanno sopra di una Superficie Piana per lo meno due Linee Rette, le quali sono tra di loro in sì fatta guisa egualmente distanti, che lo spazio, il quale tra esse corre, è per ogni sua parte della medesima grandezza, e che prolungate per quanto mai piacesse, sempre quella medesima vi si conserva; come si vede tra le due Linee A B, e C D; (*Tav.VIII. Num.I.*) le quali sono perciò Parallele.

#### PROBLEMA I.

*Costruire due Linee, che sieno tra di loro Parallele.*

Data la Retta A B, (*Tav. VIII. Num. II.*) a cui si voglia tirare un'altra Linea, che alla medesima sia Parallela; fermato il Compasso nel Punto A, e con quell'apertura, che più piace si tiri la Curva C D, e dal Punto C si tiri simil-

ſimilmente l'altra Curva A E. In appreſſo colla medeſima apertura poſto il Compaſſo nel Punto B, ſi tiri la Curva F G; e ſimilmente dal Punto F ſi tiri nella ſteſſa guiſa l'altra Curva B H. Ora, ſe per gli Punti, in cui queſte Curve s'interſecano, ſi tiri la Retta D G, eſſa ſarà Parallela alla data A B. (1)

PRO-

---

(1) Le Parallele, poſta una retta linea, con molta ſpeditezza ſi formano, ſe aperto il compaſſo, e fatto centro in due diverſi punti, l'uno alquanto dall'altro diſtante, come ſarebbero nella data A B (*Tav. VIII. Num. III.*) i punti C, D, e girando ſi formino due Semicircoli, per la cui maggior ſommità, e altezza, o ſia nei punti E, F, ſi tiri la linea G H, la quale ſarà parallela alla data A B. Sopra di un pavimento, o in altro ſpazioſo luogo ſi poſſono le Parallele con ſottile cordicella formare, facendo nella ſteſſa guiſa le curve, ovvero col far cadere ſopra la data linea due perpendicolari di eguale eſtenſione.

Per tirare Parallele in carta anche più ſpeditamente di che porti la maniera propoſta, ſi uſa dai diſegnatori di un Iſtromento, a cui danno il nome di Parallelo. Egli è queſto formato di due righe di ebano, di avolio, ovvero di ottone, come A B, e C D; *Tav. VIII. Num. IV.*) le quali per mezzo delle due lamelle di ottone E F, fermate nelle loro eſtremità con piccoli perni, ſono ritenute ad eguale diſtan-

ſtanza. Queſto Iſtromento ſi uſa col tenerne ferma la riga A B, la quale ſi ha a luogo della data retta linea, e ſtringendo, o allargando la C D, come piacerà, ſi tireranno quante Parallele ſi vorranno, e ove ſarà a grado di tirarle. Ma quantunque ſia queſto Parallelo uſato da parecchi, e aſſai frequentemente; non è per queſto che abbia tutta l'eſattezza; perchè col continuo uſarlo i buchi dei piccoli perni ſoverchiamente, e talora con diſuguaglianza ſi allargano; nè con eſſo ſi poſſono tirar parallele in diſtanza maggiore, di che ſi diſtendano le due lamelle; e perciò è aſſai più eſatto, e più acconcio a tal uſo lo avere una ſquadra di legno di una mezzana groſſezza, ed una riga di quella lunghezza, che più piacerà; le quali ambedue ſi uſano in queſta guiſa. Sia adunque la linea A B, a ſeconda di cui ſi debba tirare una, o più parallele; e ſia la ſquadra C D E, la quale ſi diſponga a baciare per ogni ſua parte la linea A B. In appreſſo ſi addatti alla ſquadra, e ſul lato C E la riga F, la quale per ogni modo baci la medeſima ſquadra. Indi tenendo con una mano ferma la riga, e coll'altra movendo la ſquadra a quel punto, a cui ſi vuol tirare una, o più parallele all'AB, ſi avranno con ogni eſattezza, e in quella diſtanza, che piacerà, quel numero di parallele, che più ſarà a grado.

PROBLEMA II.

*Data una Retta Linea, e un Punto fuori di essa, tirare pel medesimo Punto una Linea, la quale sia Parallela alla data Retta Linea.*

La data Retta Linea sia AB, (*Tav. VIII. Num. V.*) e il Punto fuori di essa sia C. Si tiri dal Punto C qualunque Linea Retta, che in qualsivoglia parte seghi l'A B, e questo avvenga nel Punto D. Ora posta una punta del Compasso in D, e coll'intervallo C D si formi la Curva C E; e similmente posto il Compasso in C, si descriva coll'intervallo C D la Curva D F. In appresso si renda la Curva D F eguale a C E, tagliandola in G, e tirando una Retta Linea per gli punti C, G, sarà questa tirata pel dato Punto C, e sarà Parallela ad A B (1).

PRO-

(1) Il metodo di tirar linee Parallele ad un dato punto, che in questo Problema si propone, serve assai bene, per tirarle in carta, e in sito, che sia ristretto; ma qualora si abbiano a tirare in luogo vasto, e spazioso, come avviene, qualora si segnano gli spartimenti di ampio edifizio, ovvero che formar si debbano in

in luogo, che ſia impedito, e rotto da alcuna coſa, che ſi frapponga, fa uopo di caminar per altra via, e che è queſta. Si abbia una Riga alquanto lunga, e ſia di cinque, o ſei palmi, e ſia nel mezzo della medeſima Riga tirata la linea A B. (*Tav. VIII. Num. VI*) Agli eſtremi di A B ſi addatti un Traguardo, il quale iſtromento, eſſendo compoſto di due parti, e avendo ciaſcuna nel ſuo mezzo una piccola, e ſottile apertura, per cui dall'una ſi guarda nell'altra apertura, vien quindi dinominato Traguardo, o ſia l'Iſtromento da guardare in mezzo; e che perciò con eſſo guardando tra le ſue aperture, poſte ſopra di una data retta linea, ſi può la medeſima prolungare per quanto ſia mai a grado. Agli eſtremi, ſi diceva, della linea A B ſi adatti un Traguardo, le di cui due aperture cadano per l'appunto ſopra della medeſima linea A B. Si potrebbe a luogo del Traguardo uſare anche di due ſottili Punte fermate negl'iſteſſi eſtremi; ma il Traguardo rende più ſicura, è certa l'operazione. Oltre alla Riga colla linea in mezzo, e al Traguardo, è richieſto, che ſi abbia la Buſſola, della Calamita, o ſia dei Venti. Queſto iſtromento non è che una Scattola rotonda, la quale ſta bene, che ſia anzi grandicella, nel cui fondo interno ſi pone un circolo, o di carta, ovvero di ottone, diviſo in quattro parti eguali da quattro linee, che paſſano pel ſuo centro, e che nelle loro eſtremità ſono con una lettera ſegnate, delle quali l'una è la T, che dinota Tramontana, e la ſua oppoſta è l'O, che dinota Oſtro, e l'altre due ſono la L, che colla ſua oppoſta P dinotano Levante, e Ponente; e del Circolo, la cui Circonferenza è partita in gradi trecentoſeſſanta. Nel ſuo centro

vi

vi è collocato un piccolo pernetto, sopra cui si ferma un Ago, formato a modo di frezza, e che deve dalla parte, che questa rappresenta, essere incalamitato; e che perciò, siccome è proprietà della calamita, si tiene sempre la frezza voltata al Polo, o sia a Tramontana. Avendo pertanto quest' Istromenti, essi, per usargli, si vogliono adattare in questa guisa. Già è richiesto, che una retta linea sia data, e già segnata. Sopra di questa bisogna porre la Riga, nel di cui mezzo è tirata la linea A B, la quale deve tanto nel punto A, che nel punto B giacere sopra la già data retta linea. Soprà questa giacendo A B, bisogna ancora, che una delle rette linee, che passano pel centro della Bussola corrisponda in tutta la sua estensione, e stiasi sopra la medesima A B. Ora dato il Punto C, e la retta linea D E, a cui siensi adattati gl'Istromenti nella guisa prescritta, e che quando non fosse data, si può per mezzo del Traguardo tirare, e prolungare in qualunque distanza, e da qualunque punto a qualsivoglia punto, bisogna con diligenza osservare la quantità dei gradi, per cui la frezza si allontana, o si accosta ad alcuno dei quattro venti. E trovato per cagion di esempio, che si allontana per trentacinque gradi da Tramontana, bisogna trasportare gl'Istromenti nella medesima disposizione alla parte del punto dato C, e traguardando al medesimo C, tanto muovere la Riga infino a tanto che la Frezza si ferma alla distanza di trentacinque gradi a Tramontana; e che quindi tirando pel Punto dato C la linea F G all'estremità dell'A B, sarà la medesima F G parallela alla D E, essendo ambedue in distanza di trentacinque gradi da Tramontana.

## PROBLEMA III.

*Dividere con Linee Parallele una proposta Retta Linea in quante parti più piace.*

La Linea da dividersi sia A B; ( *Tav. VIII. Num. VII.* ) e che si vuol partire in cinque parti eguali. Nel punto A si formi qualunque angolo, che più piace; e questo sia B A C. E similmente nel punto B si formi l'angolo A B D del tutto simile, ed eguale all'angolo B A C. Ora il lato A C si parta in quattro parti eguali a piacere; e questo medesimo, e del tutto alle stesse eguali si facciano nel lato B D; avvertendo, che queste parti debbono esser sempre nel loro numero una di meno di che sieno le parti, in cui si vuole divisa la proposta Retta Linea A B. Che se dai punti della divisione del lato A C si tireranno ai punti, che nel lato B D a quelli corrispondono, tante Linee Rette; queste essendo in numero di quattro, e tra di loro Parallele, divideranno la Retta A B in

cin-

cinque parti del tutto tra di loro eguali (1).

PRO-

(1) Per dividere le linee in parti eguali, si può usare ancora di una linea, divisa in quelle tante parti eguali, che più piacciono, come sarebbe A B, (*Tav VIII. Num. VIII.*) e alle cui divisioni da un punto fuori della medesima, come in C, sieno tirate tante linee rette, quante sono le medesime divisioni. Si voglia pertanto dividere la linea D in cinque parti eguali, si porti questa sopra la linea A B, e in modo che alla medesima sia parallela, e che riempia, e adequi cinque delle sue divisioni; e alzandola, ovvero abassandola, si troverà, che ciò avviene nel punto E. Il medesimo è da fare, se si vuol dividere la linea F in quattro parti, e la linea G in tre, come si vede nella figura al punto H, ed I; ma questo metodo non concede, che a dividere linee, che sieno minori della A B. E perciò egli è cosa più opportuna lo avere già tirate l'una appresso all'altra parecchie linee Parallele; perocchè trasportata la linea, che si vuol dividere sopra di queste, e quella alzando, o inclinando, infino a tanto che una se ne trova, dentro a cui ella tutto si stia per alto, sarà dalle medesime Parallele egualmente divisa.

Siano le Parallele apprestate in KL, (*Tav IX. Num. IX*) e le linee, che si vogliono dividere sieno M, N, O. Ora se la linea M si voglia divisa in dieci parti, bisogna addattarla sopra le Parallele dal punto K in L. E se la N si voglia partita in sette, si conduca dal punto K in P; e così se piaccia di far tre parti della O,



si por-

### PROBLEMA IV.

*Proposta una Retta Linea divisa con qualsivoglia proporzione, trasportare la medesima proporzione per mezzo di Parallele in un'altra Retta Linea, la quale sia maggiore, o minore, della proposta.*

La data Retta Linea divisa con quella proporzione, che più piace; sia A B, (*Tav. IX. Num. X.*) e sia C la Linea, a cui la medesima proporzione di divisione si deve adattare. Nel punto A si faccia qualunque angolo, e questo sia B A D; e ciò si faccia in modo, che il lato A D sia della medesima lunghezza, ed estensione, che la Retta C; e dipoi si tiri la Linea B D. In appresso dai punti di tutte le divisioni, che sono nella Retta A B, si tirino tante Linee, che sieno Parallele alla B D. E dove queste

si porti dal punto K in Q, che tutte saranno divise egualmente, e in quel numero, che si desiderava, come che la loro estensione fosse maggiore delle medesime Parallele; le quali già bene s'intende, che si possono multiplicare per quanto richiede l'operazione.

ſte ſegheranno la Retta A D, ivi ancora la divideranno con maniera proporzionata alla Retta A B (1).

### PROBLEMA V.

*Coſtruire la Scala Geometrica.*

Il modo, per cui le Linee Parallele conducono a formare la Scala Geometri-

(1) L'uſo di queſto Problema ſi ſtende a parecchie coſe; ma noi non parleremo che di alcune poche, laſciando, che altri da queſte ſi apra la via, a tutte le altre, in cui può aver luogo l'Architetto. Per mezzo di queſto Problema potrà acconciamente ſpartire tutti i ſuoi Ordini, ſecondo qualunque altezza, che a lui ſia propoſta, ſoltanto che abbia già ſegnata in qualunque linea la diviſione, o ſieno le parti dei medeſimi Ordini, e che queſta da eſſo ſi uſi, e ſi adatti allo ſteſſo modo, che da noi ſi è adattata nel Problema la diviſione dell'A B alla linea C, che egli deve prendere per l'altezza, che gli vien propoſta. Nello ſteſſo modo potrà eſſo operare, qualora gli avvenga, di traſportare a maggiore, o a minore altezza i membri di un Cornicione, o di altro ornamento di Architettura. Il che ſi vede condotto ad effetto nel Cornicione A, (*Tav.IX. Num.XI*) che ſi vuol portato a maggiore altezza di che ſia la linea A B, la quale, ripartita, e diviſa ſecondo i membri del Cornicione, che eſſa miſura, ſi traſportano queſti, operando ſecondo queſto Problema, con ogni eſattezza ſopra la linea A C, che di non poco è maggiore della A B.

trica, ben si palesa dalla costruzione della medesima Scala, che ora si prende a mostrare. Sia adunque la Linea A B (*Tav. IX. Num, XII.*, divisa in quante parti più piacerà, e sia per ora partita in quattro parti, come si vede. La parte A C si divida in dieci parti, come si usa nel fare le Scale delle Canne; e che perciò dirassi essere A C di Canne dieci; e similmente tutta la Linea A B essere di Canne quaranta. Tanto in A, che in B si alzino le Perpendicolari A D, e B E. Sopra la Perpendicolare A D si segnino dieci parti eguali, perchè di tante parti, o sieno Palmi è composta la Canna; e da ciascuna delle dieci divisioni della Perprndicolare A D, le quali al di fuori si notano coi suoi numeri, si tirino tante Linee, le quali sieno Parallele all'A B. In C si alzi la Perpendicolare C 10, e così nell'altre tre parti, che rimangono della Retta AB. Il D 10 si parte nella medesima quantità di Canne, siccome è stata divisa A C. Dal punto D ad F si tiri la Ret-

Retta D F, e dal punto G ſi tiri ſimilmente in H la Retta G H; e così procedendo innanzi, dai punti delle diviſioni di A C, e di di D 10, ſi tirino da ciaſcuno le ſue Parallele; che rimarrà formata la Scala Geometrica delle Canne. La quantità de' Palmi ſi ravviſa nello ſpazio, che trovaſi nella Retta D A, e D F; perocchè, ſe ſi miſuri queſto ſpazio nella Linea ſegnata col numero 1, egli è di un palmo; ſe ſi miſuri nella linea ſegnata col numero 2, egli è di due palmi; e così ſempre procedendo infino a tanto, che ſi perviene al numero 10, che moſtra lo ſpazio di una Canna, o ſia di 10 palmi, in cui vien diviſa la Canna (1).

CA-

(1) Si è preſcritto di dovere ſopra la A B alzare le perpendicolari A D, e B E, le quali formano i loro angoli retti; ma ciò non è del tutto richieſto, potendo formare queſte linee qualunque altro angolo. Egli è però richieſto del tutto, che eſſe, e ſimilmente le altre, le quali a ſeconda delle medeſime ſi tirano, che ſiano tra di loro Parallele. Egli è poi coſa piana l'intendere, che la linea A D non è ſempre da partire in dieci parti; perchè, ſe la linea

A C a luogo di esser divisa in dieci Canne, fosse partita in dieci Palmi, bisogna allora partire la A D in dodici parti, e questo perchè il Palmo di Architetto rinchiude in se medesimo dodici oncie. Il che è da doversi intendere di ogni altra sorte di misura. E di vero, che non sia richiesto, che la scala Geometrica formi gli angoli retti, si vede assai chiaro nella Figura, che quì appresso si pone, e che è pure assai commoda. La Linea A B (*Tav.IX. Num.XIII.*) rappresenta Palmi 50, o sieno 5 Canne; e che però la Perpendicolare A C si deve dividere in 5 parti, tirando le linee, come si vede, dovendo essere la C 5, la metà di A 10. Si usa poi in questa guisa. Lo spazio D 1 dinota un palmo, E 2 due palmi, F 3 tre palmi, G 4 quattro palmi, C 5 cinque palmi, G 6 sei palmi, F 7 sette palmi, E 8 otto palmi, D 9 nove palmi, e nello stesso modo si procede innanzi per gli altri numeri.

# CAPO VII.

## *Dei Triangoli.*

IL Triangolo non è che una figura piana, la quale è contenuta da tre Linee, le quali si dicono essere i suoi Lati, e che perciò ha in se medesima tre Angoli; come si vede in A. (*Tav. X. Num, I.*) La quantità delle specie dei Triangoli si raccoglie, o dall' eguaglianza, o dissseguaglianza dei loro Lati, ovvero dalla varia forma dei loro Angoli. Il Triangolo, che abbia tutti e tre i suoi Lati eguali tra di loro, si dinomina Triangolo Equilátere, come in A; e se due Lati soltanto abbia eguali è chiamato Isoscele, ovvero Equicrure, come B; ma se tutti e tre gli abbia diseguali, chiamasi Scaleno, come C. Le quali tre specie di Triangoli, senza che si dica, già bene s' intende, che derivano dall' eguaglianza, o dalla diseguaglianza dei loro Lati. Dalla varia forma degli Angoli sono i Triangoli di-

nominati, ora Rettangoli, ora Ottusiangoli, ed ora Acuziangoli. Rettangoli si dicono, quando dei tre Angoli, che rinchiudono, ve ne ha uno, che sia retto; e il Lato, che a questo è sottoposto si chiama Ipotenusa, come in D. Ottusiangoli si dinominano, qualora uno di essi Angoli sia ottuso; e per cui anche si chiamano Ambligonj, come in E. Acuziangoli, ed anche Ossigonj sono detti, qualora gli Angoli sono tutti e tre acuti, come in C. Il considerarsi poi nei Triangoli non tanto gli Angoli, ma ancora i Lati, fa sì, ed è cagione, che i Triangoli sieno anche talora riguardati come gli uni agli altri simili, essendo i Lati, da cui due di essi risultano, e che si corrispondano, tra di loro simili; siccome sono i Triangoli A B C, ed *a bc*, i cui Angoli A, ed *a*, B, e *b*, C, e *c* sono pure in corrispondenza eguali; ma ancora i loro lati vengono misurati da egual numero di parti; il lato cioè A B, e *a b* da tre parti. il lato A C, e *a c* da quat-

quattro, e finalmente il lato B C, e
*b c* resta misurato da cinque parti. Il
quale egual numero di parti nei lati
corrispondenti costituisce la ragione
della similitudine, e per cui con voce
greca sono questi lati chiamati Omologi,
o sia della medesima proporzione.
Per misura poi di Triangolo s'intende
la notizia, che per vie Arimmetiche si
raccoglie delle pertiche, o palmi quadrati,
che sono contenuti nella sua
Area superficiale. E questa notizia si
ricava dalla quantità della Base, che è
quel lato del Triangolo, il quale è opposto
all'Angolo, che da noi si considera,
come F G, e dalla quantità della
Perpendicolare, o sia Cateto, che
dal vertice H cade in I sopra della base
F G, ovvero F I, che la rappresenta
prolungata.

### PROBLEMA I.

*Sopra una data Retta Linea descrivere un Triangolo Equilatere.*

Sia la Retta Linea data A B, (*Tav. X. Num. VI.*) e fatto centro in A coll'

intervallo A B, si formi una curva in C, e similmente fatto centro in B, coll'intervallo B A si formi un'altra curva in C. Dai punti A, e B si tirino due Linee Rette al punto C, in cui le curve si segano, e sarà formato il Triangolo Equilatere A B C (1).

PRO-

(1) Il Triangolo Equilatere ha non pure i suoi tre lati eguali; ma ancora i suoi angoli sono similmente tra di loro eguali; e ciascuno di essi rinchiude, e comprende gradi 60 della periferia del circolo, che intorno ad essi si tiri. Da che è agevole il raccogliere, che gli angoli di questo Triangolo, presi tutti e tre insieme, sono eguali a due angoli retti. E questo medesimo si deve intendere degli Angoli di qualunque altro Triangolo. Per quanto si appartiene alla pratica, e all'operare in Geometria, il Triangolo Equilatere egli è di niuno uso, e non vi ha luogo, se non perchè serve a costruire altri Problemi. Nelle forme di Architettura civile il solo capriccio può introdurvelo, siccome quello, che non è atto a ricevere le buone distribuzioni negli edifizj. Alcuni tuttavia dall'estensione della sua base AB, (*Tav. X. Num. III.*) e dalla sua altezza C D ne hanno conceputa la forma dei Focolari quadrati, che si dicono alla Franzese. Dalle forme poi dell'Architettura Militare viene per ogni modo escluso, siccome quello, che al difendervisi, a luogo di prestar vantaggio, ne danneggia.

PROBLEMA II.

*Deſcrivere un Triangolo Iſoſcele ſopra una data Retta Linea, i cui lati eguali ſieno eguali ad un'altra Retta data.*

Sia la data Baſe A B, (*Tav. X. Num. IV.*) e ſia la retta ſimilmente data C. Si faccia centro nel punto A, e coll' intervallo della C ſi deſcriva una curva in D, e fatto centro in B col medeſimo intervallo ſi formi un'altra curva pure in D, che congiugnendo inſieme con due rette i punti A, B, e D, ſi avrà il Triangolo Iſoſcele coſtruito ſopra una data Baſe, e i ſuoi due lati eguali parimenti eguali ad una retta data (1).

PRO-

(2) Giá è coſa piana l'intendere, che con tre linee non ſi può coſtruire triangolo, ſe due di eſſe, prendendo due delle tre, quali ſi vogliano, e congiunte inſieme, non ſieno maggiori della terza, che è rimaſa. Il Triangolo Iſoſcele può eſſere Rettangolo, Acuziangolo, e Ottuſiangolo. Perchè poi nel Triango'o Iſoſcele gli angoli ſopra la baſe ſono ſempre tra di loro eguali, ne avviene perciò, che avuta la notizia della quantitá degli angoli ſopra la baſe,

baſe, ſi ſappia anche il valore dell'angolo oppoſto ad eſſa baſe. Sia per cagion di eſempio, ciaſcun'angolo ſopra la baſe di gradi 50, l'angolo oppoſto deve eſſere di gradi 80; e ciò, perchè, ſecondo che ſi diceva, gli angoli di ciaſcun Triangolo ſono eguali a due angoli retti, o ſia a gradi 180. E per l'iſteſſa ragione, ſaputo il valore dell'angolo al vertice, ſi raccoglie la quantitá degli angoli alla baſe. La forma del Triangolo Iſoſcele Ottuſiangolo ha nell'Architettura Civile maſſimamente luogo, allorchè ſi fa il coperto all'edifizio, o che s'intende a formarne il Fronteſpizio, moſtrando i ſuoi due lati eguali il pendìo del Tetto, e del Fronteſpizio. Ha il Fronteſpizio due forme; l'una vien dinominata acuta, e l'altra ſi dice curva, o tonda. Per dare ad ambedue di queſte forme buona grazia, e buon garbo, ſecondo la regola più comune, ſi opera in queſta guiſa. Diviſa tutta la larghezza A B (*Tav. XI. Num. V.*) dell'edifizio, a cui ſi ha da porre il tetto, o da fare il Frontiſpizio, in due parti eguali nel punto C, e per queſto fatta paſſare ad angoli retti la linea E C D, ſi renda C D eguale ad A C. E fatto centro in D coll'Intervallo A D, ſi deſcriva la curva A E B, la quale ſega la perpendicolare E C D nel punto E. E tirate le rette A E, B E ſará il Triangolo AEB la forma del Frontiſpizio, che ſi dinomina Acuto; e ſimilmente la Curva A E B ſará la forma del Frontiſpizio, che ſi dice Tondo.

### PROBLEMA III.

*Formare un Triangolo, i cui lati ſieno eguali a tre Linee date.*

Le Linee date ſieno A, B, C. (*Tav. XI. Num. VI.*) Si faccia D E eguale ad A, e poſto il Compaſſo in D, coll' intervallo B ſi formi la curva in F; e ſimilmente recato il Compaſſo in E, coll' intervallo C ſi formi un'altra curva in F; che tirate le linee D F, E F, sarà il Triangolo D F E formato con i ſuoi lati eguali alle tre date Linee A, B, C.

### PROBLEMA IV.

*Coſtruire un Triangolo Rettangolo ſecondo due date Linee.*

Le due date Linee ſieno A, B, (*Tav. XI. Num. VII.*) le quali ſi debbono congiugnere ad Angolo retto, come ſi vede in C D E, e tirata la baſe, o ſia Ipotenuſa C E, ſi avrà il Triangolo Rettangolo C D E (1).

PRO-

(1) Il Triangolo Rettangolo è di qualche uſo nell' Architettura Civile; ma nell' arte dell'Agrimenſura vien conſiderato aſſaiſſimo. L'iſtro-

L'iſtromento di cui la maggior parte degli Agrimenſori ſi ſerve per trovare in campagna gli angoli retti, ſi dinomina comunemente il Traguardo, o Squadro. La materia, onde ſi forma queſto iſtromento è per lo più di ottone. La ſua forma è rotonda, e il ſuo diametro ſuol eſſere intorno a quattro oncie, come ſi vede in A. (*Tav. XI. Num. VIII.*) E come pure ſi vede in B, ha a ſeconda dei ſuoi due diametri, che nel ſuo centro ſi ſuppongono incrociarſi ad angoli retti, due fenditure, o ſieno buchi per lungo aſſai ſottili, dei quali ciaſcuno deve con tutta eſattezza andare a rincontrare il ſuo oppoſto; e che perciò anche ſon detti Traguardi. Al di ſotto, come in C, ha il ſuo manico bucato, per mettervi un baſtone armato nell'altra ſua eſtremitá di una punta di ferro, che ſi pianta nel terreno a quel ſito, ove ſi deſidera l'angolo retto. Il ſuo uſo è aſſai facile; perchè, eſſendo i ſuoi Traguardi ad angoli retti, rendono anche facile, e ſpedito il tirare due linee, che formino angolo retto. Che però miſurate colla Catena, o colla Pertica queſte due linee, e ſimilmente la loro Ipotenuſa, aſſai ſpeditamente ſi raccoglie la quantitá dell'area, che dal formato triangolo ſi contiene. Nell'Architettura Civile il Triangolo Rettangolo ha maſſimamente luogo nell' ordinare con buona ſimmetria, e per quanto è poſſibile con maniera agiata le Scale. Ma perchè non è queſto il luogo da pienamente aver diſcorſo sù di tal ſoggetto, lo laſceremo per altra opera, e ſoltanto per ora ſaremo contenti di dire alcuna coſa sù della forma delle Brancate, e degli Scalini, e sù l'altezza dei medeſimi, e del loro piano. Per quanto ſi appartiene alla forma delle Brancate, e dei

loro

loro Scalini, tanto quelle dal primo all'ultimo Scalino, quanto questi coll'altezza, e col loro piano debbono rappresentare un Triangolo Rettangolo, e questo in modo, che l'Ipotenusa ne sostenga, e ne porti tutto il loro peso, e degli altri due lati, serva l'uno nei gradini all'altezza, e l'altro alla larghezza. Ma perchè l'altezza, e la larghezza degli Scalini rimanga comoda al salire, e allo smontare, si vuole osservare, che l'uomo, caminando in pian terreno, stende comunemente il passo per lo spazio di tre Palmi Romani di Architetto; e che salendo luogo, che sia diritto a piombo, non lo stende, senza usare sforzo, oltre ad un palmo, e mezzo. Per ritrovare adunque qualche compenso tra l'agiatezza del passo in piano, e l'incommoditá di quello, che sale, bisogna prendere due volte l'altezza dei gradini, e questa sottratta dai tre palmi del passo in piano, servirá quella quantitá, che dei medesimi tre palmi ne rimane, per la larghezza dei gradini; come sarebbe, se i gradini abbiano 6 oncie di altezza, questa radoppiata produce oncie 12, le quali sottratte dalle 36 oncie dei 3 palmi, ne rimangono pel piano dei medesimi gradini oncie 24, o sieno due palmi; e così similmente, se i gradini avessero oncie 8 di altezza, queste raddoppiate producono oncie 16, le quali sottratte da 36 dei palmi, ne rimangono 20 oncie pel piano dei gradini. Da che anche si raccoglie, che volendo costruire 15 gradini, la cui altezza sia di 6 oncie, sarà tutto il corso della Brancata nelle Scale di 30 palmi; e che dove la loro altezza sia di 8 oncie, sarà il corso della Brancata di palmi 25. Il qual numero dei palmi già s'intende esser raccolto dalla moltipli-

## PROBLEMA V.

*Costruire un Triangolo eguale ad un dato Triangolo, e similmente formare un Triangolo, che sia simile, ma o maggiore, o minore di un' altro dato Triangolo.*

Per costruire un Triangolo eguale ad un dato Triangolo, due sono le vie. La prima è questa. Il Triangolo sia A B C. (*Tav XI. Num. XI.*) In appresso si deve aver la notizia della quantità, ovvero misura di due angoli di questo Triangolo, e similmente quella del

---

cazione delle 20 oncie del piano, e dalla quantità dei gradini, e dalla somma di questa moltiplicazione partita per oncie 12, il cui quoziente viene ad esser il 25. Per conservar poi i gradini sempre ad una medesima altezza, e distanza tra loro, sogliono alcuni Mecanici, posto il primo, e l'ultimo gradino, come sarebbe in D, e in E, prendere un Regolo, che sia della lunghezza della Brancata, e quello ripartano in tante eguali parti, quanto è il numero dei gradini, che la debbono comporre, e al porre ognuno di essi presentano il Regolo, osservando, se il gradino, il quale hanno tra le mani, venga a cadere sotto la divisione, già per esso nel Regolo segnata.

del lato, a cui questi due angoli sono aderenti; come sarebbe nel Triangolo A B C, la misura dell'angolo A, e dell'angolo B, e quella del lato A B, a cui sono uniti. Ora posta questa notizia, e facendo il lato D E eguale ad A B, e l'angolo D eguale ad A, e l'angolo E eguale a B, sarà il Triangolo D E F eguale al dato Triangolo ABC. La seconda via, che a questo medesimo conduce, ella è, che posta la notitia della misura di due lati, e dell'angolo, che da questi è contenuto, se si faranno, e l'angolo, e i due lati di eguale misura, il Triangolo, che ne verrà prodotto, sarà similmente eguale; come se della misura del lato A B, ed A C, e dell'angolo A da essi contenuto, si faccia il lato D E, ed E F, e similmente l'angolo E, sarà il Triangolo D E F eguale al Triangolo A B C. Per formare poi un Triangolo, che sia simile ad un dato Triangolo, ma che sia maggiore, bisogna operare a questo modo. Il Triangolo dato sia pure A B C, i cui lati

lati A B, e B C si prolunghino per quel tanto, che il Triangolo simile si vuole maggiore; e determinato, che B H debba essere il lato simile al lato A B, si tiri dal punto H in G una linea, che sia parallela alla A C, e sarà il Triangolo B H G simile al Triangolo dato A B C. E qualora il Triangolo simile si voglia minore, a luogo di prolungare i lati del Triangolo dato, si scurciano. Si scurci perciò il lato A B nel punto I, e si tiri I K parallela ad A C, sarà il Triangolo B I K simile, ma minore di A B C (1).

PRO-

(1) Tra i molti usi, che di questo Problema possono accadere, merita considerazione senza fallo quello, che avviene di doverne fare, qualora si guarda a ritrovare la distanza di due luoghi, tra i quali non potiamo scorrere con alcuna sorta di misura. Sieno pertanto questi luoghi A, e B, (*Tav. XII Num. X.*) e vi sia il lato A C, in cui a piacere si possa eleggere un punto, e fermarvi un Bastone. Ora misurato colla Catena, ovvero colla Pertica il lato A C, si riporti la medesima misura sopra lo stesso lato continuato in C F, e lo stesso si faccia di B C in C D. Si tiri quindi la D F, e questa misurata, quante di essa saranno le Catene, o Pertiche, tante similmente ne correranno tra A, e B; e ciò per la ragione dei

Trian-

Triangoli eguali. Che se poi l'angustia del sito non permettesse di formare un Triangolo eguale, se ne forma un simile, ma minore per la metà, pel terzo, o altra quantità di A C, e B C, come sarebbe in E G; e allora E, G sarà nella stessa ragione di metà di terzo, o di altra quantità rispetto ad A B.

Per mezzo dei Triangoli eguali, o simili si raccoglie pure la larghezza di un Fiume, che corre tra l'una, e l'altra sponda. Ci bisogna in questo prefigerci un punto nella sponda a noi opposta, che sarà un'albero, o qualunque altra cosa, e che noi chiameremo A, e la sponda, a cui ci accostiamo la diremo B. Ora ci è richiesto di piantare un bastone in C; ma in guisa, che da A B in C venga formata una linea retta, la quale avremo per mezzo del Traguardo. Preso quindi ad arbitrio un punto in D, e la congiunta B D prolungata in E, sicchè D E sia eguale a B D, e similmente tirata la retta C D F, e fatta eguale la D F a C D, si fermi, anche un Bastone in G; ma per modo che stia in linea retta con A D, e che ad esso si possa tirare l'altra linea retta F E G; che quindi si viene ad avere la E G, che corrisponde ad A B, che è la larghezza del Fiume, la quale si cercava. Da questi pochi usi, che dei Triangoli simili, ed eguali si sono accennati, può ciascuno per se medesimo comprendere, che ci rimangono a dire sù di essi assai altre, e molto utili cose; ma siccome queste suppongono la cognizione degl'istromenti opportuni a poterle eseguire, le lasciamo per ora stare, e ne parleremo nel luogo; ove di questi si ragionerà.

## PROBLEMA VI.

*Miſurare l'Altezza, o ſia la Perpendicolare dei Triangoli, qualora eſſa Perpendicolare cade ſopra la baſe, e qualora cade fuori della medeſima.*

Biſogna in primo luogo, che tanto nell' uno, quanto nell' altro caſo ci ſia nota la miſura dei lati, che compongono il Triangolo; e in appreſſo uſare per ciaſcuno di eſſi caſi di quell' operazione Arimmetica, che conduce a miſurare l'altezza delle propoſte Perpendicolari, non dovendoſi in ambedue procedere nella guiſa medeſima. Sia adunque il Triangolo A B C, (*Tav. XII. Num. XI.*) ſopra la cui baſe A C cada la Perpendicolare, e il cui lato A C ſia di 20 palmi, e il lato B C ſia di 14, e ſimilmente il lato A B ſia di 16. Ora perchè, per inveſtigare l'altezza della Perpendicolare di queſto Triangolo, biſogna ſapere quanti palmi corrono tra l'angolo A, e il punto D, in cui cade eſſa Perpendicolare, è richieſto perciò di raccoglierla in queſta guiſa. Si molti-

tiplichi la quantità dei palmi di ciascun lato del Triangolo in se medesima ; e che perciò il lato A C sarà di palmi 400, il lato B C di 196 , e il lato A B di palmi 256 . I prodotti di A C, e di A B si sommino insieme, che saranno 656. Da questa somma si sottragga il valore del prodotto di B C, che si è detto essere di palmi 196, e ne rimarrà 460 . Si divida, e parta questo residuo per metà, e ne rimarrà 230. Ora di nuovo questo residuo di 230 si parta per gli palmi 20, misura della base A C, e si avrà nel Quoziente di questa divisione $11\frac{1}{2}$, i quali sono la misura, che corre lra l'angolo A, e il punto D. Investigata in tal guisa questa misura si raccoglie l'altezza della B D col moltiplicare essa misura, o sia A D in se medesima, il cui prodotto sarà di palmi $132\frac{1}{4}$, i quali, sottratti dal prodot to della moltiplicazione di A B, rimarranno palmi $123\frac{3}{4}$ . Da questo residuo si estragga la radice quadra prossima, che viene ad essere palmi $11\frac{1}{8}$, i quali sono anche

che l'altezza della Perpendicolare B D, che cade ſopra la baſe del Triangolo A B C. Per miſurar poi l'altezza della Perpendicolare, che cade fuori della baſe dei Triangoli, ſi proceda in queſt'altra guiſa. Poſto il Triangolo E F G, e fatto, che la Perpendicolare G H cada fuori del medeſimo nel punto H ſul lato E F continuato, e poſto pure che il lato E F ſia di palmi 8, e quello di F G di 16, e l'altro di E G di palmi 20, ſi debbono, come ſi è preſcritto di ſopra, moltiplicare ciaſcuno in ſe medeſimo. Che però il prodotto di E F ſaranno palmi 64, e quello di F G 256, e l'altro di E G ſarà di palmi 400. I prodotti di E F, e di F G ſi ſommino inſieme, e renderanno palmi 320. Queſti palmi 320 ſi ſottragghino dal prodotto della moltiplicazione di E G, che ſi diſſe eſſer palmi 400, e ſarà il reſiduo palmi 80. Ora raddoppiati i palmi 8 della baſe E F in palmi 16; e per queſti partiti i palmi 80, ſarà il Quoziente palmi 5,
che

che ſono la miſura di quel tanto, che corre tra la F, e l'H. E moltiplicati queſti palmi 5 in ſe medeſimi, rendono già palmi 25, i quali ſottratti dal prodotto della moltiplicazione del lato F G, che ſi diſſe rendere 256, il reſiduo è di palmi 231, di cui la radice proſſima quadrata è palmi $15\frac{1}{5}$, e queſti ſono ſimilmente l'altezza della Perpendicolare G H, che cade fuori della baſe del Triangolo E F G (1).

PRO-

(1) Se il Triangolo foſſe Equilatere, ovvero ſe foſſe Iſoſcele, non è allora richieſto d'inveſtigare la diſtanza, che corre tra A, e D; perchè la Perpendicolare, la quale dal vertice cade in sù la baſe, divide per metà eſſa baſe. E perciò moltiplicata in ſe medeſima la metà della grandezza della baſe, e queſta moltiplicazione ſottratta dalla quantità di un lato moltiplicata ſimilmente in ſe medeſima, e dal reſiduo eſtratta la radice quadrata, ſarà eſſa radice l'altezza della Perpendicolare.

Nei Triangoli Rettangoli non vi è niuna neceſſità di cercare l'altezza della Perpendicolare; perchè, eſſendo noti tutti e tre i lati, deve ancora eſſer nota la Perpendicolare dei Triangoli Rettangoli. Che ſe poi avvenga, che s'ignori in queſti Triangoli la quantità di un lato, conduce a ritrovarla il ſapere, che la moltiplicazione in ſe medeſima della quan-

## PROBLEMA VII.

### *Trovare l'Area di qualsivoglia Triangolo.*

Per misurare l'Area di qualunque Triangolo altro non è richiesto di fare, che di moltiplicare la base per la metà dell'altezza, o sia della loro Perpendicolare, che il prodotto è la misura della superficie, o Area del Triangolo. Questa medesima misura si ha pure col moltiplicare insieme, e la base, e la perpendicolare, e in appresso dal prodotto della loro moltiplicazione sottrarne la metà, che torna tanto per l'una, che per l'altra operazione la medesima quantità. Per esempio sia, come nel passato Problema, la Base A B 20 palmi, e la Perpendicolare C D palmi $11\frac{1}{8}$, che moltiplicati fanno palmi $222\frac{1}{2}$, di cui presa la metà, rimangono palmi quadrati

111

---

tità dei lati, i quali contengono l'Angolo Retto è eguale al prodotto del lato opposto al medesimo Angolo Retto.

111 $\frac{1}{4}$, che ſono la ſuperficie del Triangolo A B C (1).

PRO-

---

(1) Egli può avvenire, che non ſi poſſa miſurare la perpendicolare, dentro al Triangolo, come accade nelle operazioni dell'Architettura, e dell'Agrimenſura; perciò in tal caſo ritrovata la miſura di tutti e tre i ſuoi lati, ſi ſommino prima inſieme le miſure di queſti. Per eſempio ſia la baſe palmi 20, e i lati, l'uno di palmi 16, e l'altro di palmi 14, che ſommati fanno 50. Da queſta ſomma ſe ne prenda la metà, cioè 25, e che va poi ſottratta dai palmi di ciaſcun lato; onde ne riſultano i numeri 11, 9, e 5. Ora ſi deve moltiplicare il 25 per qualunque di eſſi numeri; e moltiplicato pertanto per 5, fa 125; che di nuovo biſogna moltiplicarlo per 9, e queſto medeſimo prodotto 1125 moltiplicare per 11; e il numero di queſta moltiplicazione è 12375, a cui ſi cerchi la radice proſſima quadrata 111 $\frac{9}{37}$, che è la ſuperficie del triangolo.

Se il Triangolo foſſe Equilatere, baſta moltiplicare un ſuo lato, e queſto prodotto ſi moltiplica ſempre per 13, e il prodotto di queſt'ultima moltiplicazione va partito per il numero 30, perchè il quoziente moſtra la ſuperficie di eſſo Triangolo, ſiccome quì appreſſo dall'operazione ſi fa paleſe.

## PROBLEMA VIII.

*Dividere un Triangolo in altri Triangoli, i quali abbiano gli uni agli altri le loro ſuperficie eguali.*

Sia il Triangolo A B C, (*Tav.XII. Num.XII.*) che ſi voglia dividere in quattro minori Triangoli, le cui aree ſieno tra di loro eguali. Si divida la baſe A B in quattro parti eguali, come ſono A D, D E, E F, ed F B, e tirate all' angolo oppoſto alla baſe in C, le rette C D, C E, e C F, ſarà il Triangolo A B C diviſo in quattro minori Triangoli, l'area dei quali è in ciaſcuno eguale nel ſuo valore; perchè tutti e quattro hanno le baſi eguali, ed hanno

---

Lato del Triangolo p. 6
6
36
13
108
36
468

$$30 \mid 468 \mid 15\tfrac{3}{5}$$
168
18

no una medesima altezza, o sia Perpendicolare (1).

### PROBLEMA IX.

*Dividere un Triangolo in parti eguali con linee Parallele.*

Il Triangolo da dividersi sia A B C, (*Tav.XIII.Num.XIV.*) e posto, che si voglia dividere in tre parti eguali, si parta similmente la sua base A C in altrettanti parti eguali in A D, in D E, e in E C. Si descriva sopra la base A C il semicircolo AFGC;

(1) Il Triangolo A B C può anche esser diviso in quattro Triangoli, il valore della cui Area sia tra di loro eguale, e ciò nel modo, che mostra la figura, che si vede quì appresso. Il lato A C (*Tav.XIII.Num XIII.*) sia diviso nelle quattro parti eguali A E, E F, F D, D C; e dal punto D si tiri la retta B D, che il Triangolo B C D sará la quarta parte del valore del Triangolo A B C, siccome giá nel Problema si è veduto. Si divida ora la B D in tre parti eguali, e ciò sia in B H, H G, G D, e tirata la G A, sará il Triangolo A D G il terzo del Triangolo ABD, che nella sua area sará eguale al Triangolo B C D. Si divida finalmente il lato A B per mezzo in I, e si tiri la retta I G, che saranno i due Triangoli A G I, e B G I eguali; e perciò anche eguali in valore di area agli altri due Triangoli A D G, e B C D.

AFGC; e dai punti D, ed E si tirino le Perpendicolari DF, ed EG. Fatto poi centro in A coll'intervallo AF, si descrive la curva FH, e similmente coll'intervallo AG si descrive l'altra curva GI. Ora si tirino dai punti H, ed I le rette HK, ed IL, che sieno parallele al lato BC; e queste divideranno il Triangolo ABC in tre porzioni eguali (1).

PRO-

(1) Può aversi questa medesima divisione, anche coll'operare in quest' altra guisa. Posto il Triangolo ABC (*Tav.XIII.Num.XV.*) da dividersi in tre porzioni eguali, si faccia cadere la Perpendicolare BD; e si tiri BE ad angoli retti con BD, e che a questa sia eguale. La BE si divida per mezzo in F; e quindi la BF si parta in tre porzioni eguali, come in B.1, in 1.2, e in 2.3. Ora, fatto centro in 1 coll'intervallo 1. E, si descriva la curva EG, e coll'intervallo 2. E, si formi pure la curva EH; e fatte passare per gli punti G, ed H due linee rette, che sieno parallele alla base AC, divideranno queste il Triangolo ABC in tre porzioni, le cui aree saranno tra di loro di egual valore.

### PROBLEMA X.

*Dato un Triangolo, e un Punto in uno dei ſuoi lati, tirare dal dato Punto una retta linea, che ne divida la ſua area in due parti eguali.*

Il dato Triangolo ſia A B C, (*Tav. XIII. Num. XVI.*) e il punto dato ſia in D nel lato A B. Si tiri dall'Angolo C la retta C D; e ſi divida per mezzo A B in E; e ſi tiri la retta E F, che ſia parallela alla C D, e dove queſta ſega il lato B C in F ſi tiri dal medeſimo F una retta in D, la quale dividerà il Triangolo ABC nelle due porzioni eguali A C F D, e DFB,

### PROBLEMA XI.

*Dividere l'area di un Triangolo da un punto, che ſia dato in uno dei ſuoi lati, in quante porzioni eguali più piacciono.*

Il Triangolo ſia A B C, (*Tav. XIII. Num. XVII.*) e il punto dato nel lato A B ſia in D, la cui area piaccia di partire in quattro parti eguali, le quali vadano tutte al punto D. Si tiri

la retta C D; e dal punto B si tiri similmente la retta B E, che sia parallela a C D. Si parta tutta la retta A E in quattro parti eguali. Si tiri anche F 3 parallela a D C. E dai punti 1, 2, ed F, si tirino le rette D 1, D 2, e D F, le quali divideranno il Triangolo ABC in quattro parti, le cui aree sono tra di loro eguali.

PROBLEMA XII.

*Dato un Triangolo, e un punto dentro di esso, dividere l'area del medesimo in parti eguali, quante si vogliano, e in modo che tutte vadano al dato punto.*

Il Triangolo dato sia A B C, (*Tav. XIII. Num. XVIII.*) e il punto in esso sia D, a cui debbono andare le quattro parti eguali, in cui si vuole, che l'area ne sia partita. Dal punto D si tirino agli angoli A, e C le rette A D, C D; e si prolunghi A C verso E, e verso F; e si tirino dal punto B le rette B E, e B F, che sieno parallele ad A D, e a C D. Divisa tutta la E F in quattro parti eguali, si tiri-

tirino dai punti 1, e 3, che rimangono fuori della base A C, le rette G 1, e H 3, che sieno parallele alle B E, B F; e tirate similmente le rette D B, D G, D 2, D H, sarà il Triangolo A B C diviso in quattro porzioni, le cui aree sono tra di loro eguali, e che tutte vanno al dato punto D.

### PROBLEMA XIII.

*Dato un Triangolo, in cui sieno dati due punti, l'uno dei quali sia dentro di esso, e l'altro sopra di un lato, dividerne l'area in quante parti eguali si vogliono, e in modo che tutte vadano al punto interno, e che al punto sul lato vi giungano almeno per una linea retta.*

Il Triangolo dato sia A B C, (*Tav. XIII. Num. XIX.*) e il punto interno sia in D, e quello sul lato sia in E. Si tirino le rette D A, D B, e D C; e si prolunghi il lato C B verso F, e tirisi dal punto E la E F, sicchè sia parallela alla B D; e similmente dallo stesso punto E si tiri la E G, che pure sia parallela ad A D. Pro-

lungata l'A C in G, H, si tiri la F H, che sia parallela alla C D. Si parta tutta la G H, volendosi che le parti dell' area del Triangolo sieno quattro, in quattro porzioni eguali. Dai punti della divisione, che rimangono fuori della Base A C, siccome è il punto 3 si tiri I 3 parallela ad F H; e similmente si tirino le rette D E, D 1, D 2, e D I, e il Triangolo A B C, sarà diviso in quattro parti eguali; che tutte toccano il suo punto interno, e vanno al punto sul lato, se non altro per una linea retta.

CA-

# CAPO VIII.

## *Delle Figure Quadrilatere.*

PER Figure Quadrilatere s'intendono le figure, le quali ſono contenute da quattro linee, o ſieno da quattro lati. Delle Figure Quadrilatere ve ne ha ſei ſpecie. Se i loro lati ſono tutti quattro eguali, e gli angoli, che da eſſi ſi contengono ſono retti, eſſe ſi dinominano Quadrati, come A. (*Tav. XIV. Num. I.*) Se i lati oppoſti ſoltanto ſono eguali, e gli angoli ſono ſimilmente retti, eſſe ſi dicono Rettangoli, o Quadrilunghi, come B. Se i loro lati ſono tutti e quattro eguali, e gli angoli oppoſti che ſono da eſſi contenuti, due ne ſono acuti, ed eguali, e due ottuſi, e ſimilmente eguali, eſſe vengono dette Rombi, come in C. Se i lati oppoſti, e gli angoli oppoſti ſoltanto ſieno eguali, ſi chiamano Romboidi, come in D. E queſte quattro ſpecie di Figure Quadrilatere, con no-

 me,

me, che ad esse tutte è commune, si dinominano Parallelogrammi. Delle altre due specie di Figure Quadrilatere, la prima ha solamente due lati paralleli, ma che non sono tra di loro eguali, e chiamasi Trapezio, come in E; la seconda, che non ha niun lato parallelo, si dice Trapezoide, come in F. Tutte le sei specie delle Figure Quadrilatere possono essere chiamate simili, qualora hanno gli angoli corrispondenti eguali, e i lati, che contengono questi angoli sono della medesima proporzione, siccome già si disse dei Triangoli, e si vede in G H I K, e *g h i k*. La linea poi, che nei Parallelogrammi si tira da un' angolo all' altro opposto, vien detta Diagonale, come L M.

### PROBLEMA I.

*Data una retta linea descrivere un Quadrato.*

La data Retta linea sia A B. (*Tav. XIV. Num. II.*) Si alzi sopra il punto A la perpendicolare A C, che abbia la medesima estensione che A B; e similmente

mente ſopra il punto B coll' intervallo A B ſi formi una curva in D, e col medeſimo intervallo dal punto C ſi formi l'altra curva pure in D; che tirata la B D, e la C D ſarà formato il Quadrato A B C D (1).

PRO-

---

(1) Come che la forma quadrata ſia per ſe medeſima aſſai maeſtoſa, ed abbia di molta gravitá; tuttavia ci conviene ſtimare, che dall'Antichitá ſia ſtata riputata di poca buona grazia pel leggiadro effetto, e per la diſtribuzione di ogni genere di edifizio, avendone fatto uſo con molta riſtrettezza. I Greci non fecero di forma quadrata, che il Foro; e trai Romani non ebbe queſta luogo, che nella Curia, e che nelle grandi Sale. Ai noſtri giorni ſi vuole, che queſta forma ſi convenga maſſimamente alle Camere Regie, e che nei Palazzi delle nobili perſone ſtia bene a quelle camere, le quali ſono deſtinate al ricévere le perſone, che vanno a viſitare. E di vero pel tutto inſieme di un edifizio privato non ſembra, che ſia del tutto a propoſito anche per queſta cagione; perchè richiedendo, che vi ſi alloghi in mezzo un gran Cortile, e ſi perde aſſai di ſito, e ſi accreſce di non poco la ſpeſa. I Cortili riſtretti, e chiuſi da ogni parte, giá s'intende, ſenza che ſi dica, che rieſcono melanconici, e generano aria poco ſalutevole. La maniera di deſcrivere un gran Quadrato ſi raccoglie da quel tanto, che ſi è moſtrato di ſopra alla nota (1) pag. 87.

### PROBLEMA II.

*Date due linee rette, l'una maggiore dell'altra, descrivere un Rettangolo.*

Sieno le due date rette linee A, e B. ( *Tav. XIV. Num. III.* ) Si tiri la retta C D eguale ad A, e si erigga in D la perpendicolare D E, e questa si renda eguale a B. Coll'intervallo C D, fatto centro in E si formi la curva in F; e similmente coll'intervallo D E, fatto centro in C, si formi l'intersecazione pure in F; che tirata la C F, e la E F, sarà descritto il Rettangolo CDEF (1).

PRO-

---

(1) L'Antichitá nella maggior parte dei suoi edifizj si compiacque assaissimo della forma del Rettangolo; e che perciò lo fece anche di varie proporzioni, scegliendo tra queste con savio discernimento quelle, che per la loro lunghezza, e larghezza si confacevano al sito, alla bellezza, all'uso, ed alla commoditá. Tra le proporzioni del Rettangolo, o sia Quadrilungo, che sono massimamente conosciute, se ne contano cinque. Si nomina la prima di due Quadri, la cui lunghezza è il doppio della sua larghezza, come in A. ( *Tav. XIV. Num. IV.* ) La seconda si dice di un Quadro, e mezzo,

come

come in B. La terza si chiama di un Quadro, ed un terzo, come in C. La quarta vien detta di un Quadro, e due terzi, come in D. La quinta finalmente si prese dalla lunghezza della Diagonale, che corre pel Quadrato costruito, secondo la larghezza del Rettangolo, come in E. Gli antichi si servirono della forma di due Quadri per gli Tempj, per le Basiliche, per gli Triclinj, e per le Sale, che chiamarono Corintie, ed Egizie. Della forma di un Quadro, e mezzo ne usarono per gli Fori, per gli Bagni, per gli Atri, e Cortili, e nella Basilica Vitruviana. Alla forma di un Quadro e un terzo diedero luogo massimamente nei Peristilj, o Colonnati, che giravano intorno intorno. Delle altre due forme di un Quadro, e due terzi, e per la Diagonale del Quadrato ne fecero soltanto uso negli Atrj. Nelle Camere poi usarono similmente di queste medesime forme, scegliendo tra esse quella, che il buon discernimento mostrava esser più confacevole. E non senza cagione sono state queste forme riputate per le più opportune, e leggiadre; perocchè i mobili vi si acconciano assai bene, e la facoltá della vista non dovendosi stendere che tra brevi, e ristretti confini, vi scorre senza fatica, e quanto vi è per entro, tutto facilmente comprende. A questo giocondo effetto adunque rimirando gli antichi, vollero, che qualora il Quadrilungo giugnesse, o oltrepassasse la misura dei tre Quadri, che fosse da rompere, e da tagliare la sua molta lunghezza con qualche interrompimento grazioso, come di figure rettilinee, e curvilinee; e questo perchè la vista non sentisse noja, e molestia, ma riguardasse con piacere, e con diletto la vaghezza della forma del Quadrilungo.

go. I moderni poi, come ſtimolati dal molto uſo, che ne fecero gli antichi, hanno ſtimato di poterlo uſare non tanto nelle cinque forme già accennate; ma ſi ſono anche avanzati più oltre, avendolo poſto in opera di un Quadro ed un quarto, di un Quadro e tre quarti, ed anche in altre forme, che ſtando, come ſi dice, tra il più, e il meno, ſono alle già accennate aſſai conſimili, e proſſime. Da queſta grande varietà di forme, in cui domina il Quadrilungo, egli è facile il comprendere, che il ſceglierne anzi l'una, che l'altra è riposto nel buon diſcernimento dell'Architetto; a cui in ciò è richieſto di guardar bene, che ſieno convenevoli all'edifizio, e che del tutto corriſpondano all'uſo, a cui ſi vuole, che ſieno deſtinate. L'ingreſſo per tanto di un magnifico edifizio dimanda molta maeſtà, a cui deve corriſpondere la grandezza del cortile. Le Scale ſimilmente oltre all'eſſere agiate, e all'aver guardato, che abbiano buon lume, per non incontrare il biaſimo, nel quale è caduto alcuno Architetto, di cui ſi dice averle ad un Real Palazzo, come ſepolte in pozzo, debbono conſervare il maeſtoſo carattere di magnificenza, di cui nell'ingreſſo, e nel cortile ſi è cominciato a guſtare. A queſta debbono pure aver relazione nella loro grandezza le Sale, le Gallerie, e le Camere da ricevere, eſſendo richieſto, che la loro proporzionata ampiezza avanzi tutte le altre. E ſiccome nel Quadrilungo ſi trovano forme, le quali ſono proprie per le abitazioni di perſone, che nel ſecolo ſono di alto affare, e regie; così pure ve ne ha di quelle, che aſſai ſi convengono alle Caſe, e ai Conventi delle perſone Religioſe. Nel ſciegliere anche la grandezza di que-

PROBLEMA III.

*Descrivere un Rombo secondo una data retta linea, ed un' angolo dato.*

La retta data sia A B, (*Tav. XIV. Num. V.*) e l'angolo dato sia E. Nel punto A si faccia l'angolo B A C, che sia eguale all'angolo E, e si renda AC eguale ad AB. In appresso coll' intervallo A B, fatto centro in B, si formi la curva in D, e col medesimo intervallo, fatto centro in C, si formi anche l'intersecazione in D; che tirate le rette B D, e D C, sarà descritto il Rombo A B D C. Nella stessa guisa poi date

---

queste, ha bisogno l'Architetto di molto discernimento, che lo guidi a ben considerare il carattere di ciascuna Religione, e i loro usi, per poterle ai medesimi adattare. Non farà mai buona scelta di esse colui, il quale pienamente non penetri le osservanze, il genio, e gli usi della Religione, per cui opera. E altresì il guardar bene dentro a queste cose, farà sì, che prenda pel Refettorio, per le Stanze delle comuni raunanze quella grandezza, che dimanda il numero dei Religiosi, i quali vi possono mai aver luogo; e che le particolari abitazioni, e Camere adatti alla dignità, e al commodo, che si conviene allo stato di ciascun Religioso.

date due rette linee diseguali, ed un angolo, formato l'angolo eguale al dato angolo, come si è quì mostrato nel descrivere il Rombo, e continuando ad operare, come si è insegnato nel Rettangolo, rimarrà descritto il Romboide (1).

PRO-

---

(1) Il Rombo, ed il Romboide non possono aver luogo tra le buone forme degli edifizj nelle Camere, potendo soltanto introdurvegli la faccia del suolo, che ci vien proposto ad occupare colla fabbrica. Il che qualora accade, non è che assai ben fatto il procacciare, di ridurgli per quanto è possibile alle forme regolate; e questo si fa per mezzo di certi opportuni ripieghi, che sono somministrati dalle circostanze, che accompagnano l'opera. Una forma però, che ha qualche sembianza di Romboide ha luogo nelle mura ai lati delle scale, le quali mura nelle fabbriche alquanto nobili non sono senza l'ornamento della cornice, che sembra servire d'imposta alla volta. E questa medesima cornice tanto nell'incominciare, che al terminare della scala viene accompagnata da' suoi Pilastri. E tutte queste cose si trovano tanto nelle Scale coperte, che nelle scoperte, le quali oltre alla forma, che sente del Romboide nei loro appoggj ai lati, sono anche nell' estremità dei medesimi ornati di cornice, e di pilastrini, come si veggono in A, e in B. (*Tav. XIV. Num. VI.*) Non meno le

## PROBLEMA IV.

### *Descrivere un Parallelogrammo simile ad un' altro Parallelogrammo.*

Il Parallelogrammo dato sia ABCD. (*Tav. XIV. Num. VII.*) Si tirino le Diagonali A C, e B D, e posto che il Parallelogrammo simile da costruirsi si voglia minore del dato, come sarebbe E, rispetto ad A D, si tiri F G eguale ad E, e in modo che coi suoi estremi tocchi l'una, e l'altra Diagonale, e che sia parallela ad A D. Tirata poi la F H parallela alla C D, saranno i due lati F G, ed F H simili alle due A D, C D; e perciò compito che sia il Parallelogrammo G H, sarà simile, e minore del dato Parallelogrammo A B C D. Che se poi questo

---

le Scale coperte, che le scoperte debbono avere questi pilastrini, e le mura, e l'appoggio di eguale altezza, ed eguali anche le modinature delle loro cornici. Il che perchè possa venir fatto nello spazio da C a D, bisogna, che nel luogo di C, e D, la cornice venga alquanto ripiegata in linea curva; e ciò per quanto richiede il renderle eguale alla cornice dei pilastrini A, e B.

ſto ſi voleſſe maggiore del dato, non è richieſto, che di prolungare le Diagonali al di fuori del Parallelogrammo, e da queſta parte operare, come ſi è fatto al di dentro, eſſendo la medeſima operazione (1).

PRO-

(1) La maniera, che ſi è propoſta di deſcrivere un Parallelogrammo, che ſia ſimile ad un'altro parallelogrammo, ci preſenta l'occaſione di far due oſſervazioni, che poſſono eſſer di utile a coloro, che incominciano a dar opera all'Architettura. La prima di queſte ſi è, che il giovane Architetto, volendo rompere la piazza ſoverchiamente ampia di una parete, o del mezzo di una volta, e ciò con un Parallelogrammo, o ſia con un riguadro, che dai più così ſi dinomina in Architettura, collocando dentro del medeſimo un'altro Parallelogrammo, non deve eſſer queſto formato al modo dei ſimili. La forma dei Riquadri è certamente a tal fine tutta a propoſito; ma lo ſpazio, che corre tra l'uno, e l'altro Riquadro, è richieſto, che ſia di larghezza eguale, come ſi vede da A in B, e da C in D, (*Tav.XIV. Num. VIII*) e non al modo dei Parallelogrammi ſimili. Conviene poi anche guardar bene, di non far uſo della forma del Riquadro in quei luoghi, che debbono preſentare all'occhio la magnificenza di un lungo, e retto corſo, come ſono le pareti delle Scale, e dei Corritori, i quali, per tal forma rimanendo troppo

troppo tritati, perdono assai della loro magnificenza, e gli espone anche a rimanere deturpati dalla polvere, e dalle spesse opere dei Ragnateli, a cui serve assai bene la forma dei Riquadri. E perciò, qualora convenga adornare le pareti delle Scale, e dei Corritori, egli è da far questo, o con Colonne, o con Pilastri distribuiti a spazj, e distanze eguali. La seconda osservazione si è, che volendo l'Architetto aprire una porta proporzionata in un sito di forma Parallelogramma, egli può tirare per la medesima forma le Diagonali A B, e C D. (*Tav. XV. Num. IX.*) E queste tirate alzerà sopra la base A C il triangolo equicrure A E C, e il punto F, e il punto G in cui le Diagonali vengono intersecate dai lati eguali del triangolo, tiratavi una linea, gli mostreranno l'altezza della luce della Porta, e a cui data larghezza, che sia la metà di questa altezza, egli avrà tal porta, la quale sarà del tutto proporzionata al Parallelogrammo, dentro a cui deve aprirla. Ove poi gli avvenisse di formare una, o più porte in luogo, il quale fosse più lungo, che alto, come in un Corritore di un Monistero, egli potrà descrivere in tale occasione coll'altezza dal pavimento all' imposta della volta un quadrato, e dentro a questo, come di sopra si è mostrato, tirare le Diagonali, e formare il triangolo equicrure; che i punti, in cui quelle sono segate dai lati di questo, mostrano similmente l'altezza proporzionata a tal quadrato, e quindi pure la metà dell'altezza ne dà la convenevole larghezza. E sul proposito dei Corritori ci accade ancora di avvertire, che egli è da guardar bene, che l'altezza di questi, o deve esser proporzionata all'altezza delle Camere, a cui servono,

## PROBLEMA V.

*Costruire un Trapezio eguale ad un' altro Trapezio, e similmente costruirlo simile, o maggiore, o minore.*

Il Trapezio dato sia A B C D. (*Tav. XV. Num. X.*) Si tiri la retta E F eguale ad A B, e su gli estremi E, ed F si formino gli angoli E, ed F eguali agli angoli A, e B. Dipoi formate le rette E H, ed F G eguali all' A D, e B C, e tirata la G H, si avrà il Trapezio E F G H eguale al dato A B C D. Che se poi si voglia un Trapezio simile, e minore di un dato Trapezio si opera in questa guisa. Il Trapezio dato sia IKLM.

---

vono, o che accadendo fargli più alti, per avere un doppio ordine di Camere l'uno sopra l'altro, non si deve in questo caso, per far porte proporzionate all'altezza dei Corritori prendere lo sconcio partito, come da taluno si è fatto, di aprire una porta proporzionata all'uso della Camera dentro della luce di un altra porta proporzionata all'altezza del Corritore, ma si vuol prendere altro partito, di cui ve ne ha più d'uno, siccome si vede essere stato operato dai valenti Architetti.

IKLM. Si prenda dentro di esso il punto N, e da questo si tirino agli angoli del Trapezio altrettante linee rette. Indi si tiri O P parallela ad IK, in modo che tocchi le rette I N, e K N, e che la sua lunghezza rispetto ad I K, sia di quella proporzione per quanto il Trapezio si vuole minore del dato I K L M. Si tiri similmente da P la PQ parallela a K L; e dal punto Q la Q R parallela ad L M; ed in fine dal punto R al punto O sia tirata la retta O R, che sarà formato il Trapezio O P Q R simile, e minore del Trapezio IKLM. Che se poi il Trapezio simile si volesse maggiore, non è da far altro, che prolungare al difuori del Trapezio I K L M le linee, che sono state tirate dal punto N, ed operare al difuori, come è stato operato al di dentro, e si avrà il Trapezio e simile, e maggiore d'I K L M (1).

PRO-

(1) Nelle Città, in cui i Magistrati non vegliano gran fatto alla buona disposizione delle sab-

fabbriche, assai volte avviene, che le aree, destinate all'erigervi delle case, hanno le forme di Trapezio, o di Trapezoide. Egli è perciò richiesto alla perizia dell'Architetto, di ridurre, per quanto è mai possibile la forma delle Camere, che vi possono aver luogo, a quella del Quadrato, ovvero del Quadrilungo. In far questo egli seguiterà quel partito di distribuzione, il quale più si accosterà al risparmiare della spesa, che più sarà vantaggioso alla commodità, e alla stabilità dell'edifizio, e che non conduce ad allontanarsi dalle regole della simmetria, della venustà, e del decoro. Alcuni dei più svegliati, e destri Architetti hanno in tali circostanze usato, di tirare delle linee parallele ai lati di tal sorta di forme; come sarebbe al Trapezoide A B C D, (*Tav. XV. Num. XI.*) in cui, tirando le parallele E F, G H, I K, L M, hanno condotte, se se ne traggano le Camere, che son poste ai cantoni, tutte le altre alla forma di Quadrato, o di Quadrilungo. La capacità poi del sito, in cui si deve fabbricare, è quella, che mostra in qual distanza dai lati di tali forme si debbono tirare queste parallele; perchè le camere abbiano quell'ampiezza, che si conviene, o alla larghezza, o all'angustia del sito. La parte, che rimane segnata colla lettera N, quantunque non sia nè Quadrata, nè Quadrilunga, servirà tuttavia assai bene ad uso di cortile. Per trovare il partito di farvi nascere una, o più entrate decorose, può tornare in acconcio, e molto approposito l'ornare due lati di questo con portici; i quali assai volte apriranno la via al potervi anche far voltare una carrozza. In uno poi dei due lati, che rimangono senza portici, è da collocare la Scala, la quale avrà lume

PROBLEMA VI.

*Misurare l'area di un Parallelogrammo.*

A misurare l'area di un Parallelogrammo è richiesto in primo luogo di guardare, se sia Quadrato, o Rettangolo, o Rombo, o Romboide Se sia Quadrato, basta a moltiplicare in se stessa la quantità di un lato. Posto per esempio, che questa quantità sia di dieci palmi, sarà l'area del Quadrato di 100 palmi quadrati. Se sia Rettangolo,

lume piucchè bastevole, e non sarà d'impaccio al girare, e al corso intorno intorno degli appartamenti. Il qual corso siccome diletta, e conduce assaissimo alla comodità, e agiatezza dell'abitazione; così da parecchi valenti Architetti è riputato da non doversi seguire alcuno degli esempj di coloro, i quali, ordinando la scala sopra di alcun muro, che forma il prospetto esteriore, lo hanno impedito, e rotto. E stimano anche per quanto può venir fatto, doversi questo scansare, e per non caricare le mura principali del peso della Scala, e per non privarsi talora di un buono aspetto del cielo per le Camere dandolo a quella; e quindi vogliono, che le Scale siano da doversi piantare nei cortili, e in essi per le medesime aprire i lumi.

lo, è richiesto di moltiplicare il minor lato pel suo maggiore. Sia per cagione di esempio, uno dei suoi minori lati palmi 5, e l'uno dei maggiori palmi 15, che moltiplicati questi due numeri l'uno per l'altro, si avrà l'area del Rettangolo di palmi 75 quadrati (1).
Se

(1) La quantità dei palmi riquadrati si trova da coloro, che si dicono Misuratori di fabbriche, moltiplicando per la larghezza la lunghezza di tutto ciò, che ha forma di Rettangolo, siccome esser sogliono i pavimenti, e i solari delle Camere, i lastrichi, e le selciate, gl'intonachi, e gl'imbiancati delle mura, e simiglianti. I tetti si misurano al disopra, e a seconda della loro pendenza, e prendendo dal colmo a tutta la loro grondaja, intendendosi giá, che s'abbia sempre da guardare alla loro forma. Anche i fusti delle porte, e delle finestre, come quelli, che per le più volte, sono di forma Quadrilunga, si misurano moltiplicando la lunghezza per la loro larghezza. I palmi riquadrati, che si raccolgono per tal moltiplicazione, si usa per gli più, di ridurgli a Canne, contenendo ogni Canna quadrata palmi 100, similmente quadrati; e perciò, se misurando un lastrico, si trovi, che sia largo palmi 20, e lungo palmi 30, moltiplicati questi numeri l'uno per l'altro, si avrá la quantitá di palmi 600 quadrati; la qual quantitá, divisa pel numero 100, ne dará Canne 6, similmente quadrate.

Se ſia poi Rombo, o Romboide, conviene moltiplicare uno dei loro lati per la loro altezza, o ſia perpendicolare; come nel Romboide A B C D, (*Tav. XV. Num XII.*) ſi moltiplichi il lato A B per l'altezza D E, ovvero C F, che il prodotto ſarà l'area ſuperficiale quadrata del Romboide A B C D. Si avrà la loro altezza, operando in quella medeſima guiſa, che fu propoſta per ritrovare l'altezza della perpendicolare nei triangoli; (*a*) perocchè tirate le Diagonali A C, e B D, poſſono eſſer conſiderate le altezze C F, e D E, come altezze del triangolo ottuſiangolo ABC, e dell'acuziangolo A B D, ovvero come altezze dei due triangoli rettangoli E A D, B C F (1).

PRO-

(1) Egli è coſa aſſai piana l'intendere, che i Parallelogrammi, quanti mai ſono, i quali hanno una medeſima baſe, ovvero eguali baſi, ed una iſteſſa altezza, ſono anche ſempre nella quantitá tra di loro eguali, e perciò il Rettangolo E F C D è della medeſima quantitá, che il Romboide A B C D, e così all'oppoſto.

(a) *Pag.* 94.

F 2

PROBLEMA VII.

*Misurare un Trapezio, e un Trapezoide.*

Per misurare il Trapezio, e il Trapezoide bisogna ridurgli ciascuno di essi a due triangoli. Sia per esempio il Trapezio ABCD, (*Tav. XV. Num. XIII.*) il quale si riduce a due triangoli, col tirare dai punti dei due suoi angoli opposti una retta, come da A in C, ovvero da B, in D; la qual retta, siccome si vede, da qualunque angolo sia tirata, purchè vada al suo opposto, parte il Trapezio in due triangoli. Ora misurando a parte ciascuno di questi triangoli col ritrovare le loro altezze AE, e CF, secondo che si è già mostrato nella misura dei triangoli, (a) saranno le aree di questi due triangoli la quantità dell'area del Trapezio ABCD.

PRO-

(a) *Al Problema VII. del Capo antecedente.*

### PROBLEMA VIII.

*Dato un punto in alcuno dei lati di un Parallelogrammo, tirare da quel punto una retta linea, che lo divida in due porzioni eguali.*

Sia il Parallelogrammo A B C D, (*Tav. XV. Num. XIV.*) e ſia il punto dato in E. Si faccia A F eguale ad E C, e tirata la retta E F, dividerà queſta in due porzioni eguali il Parallelogrammo A B C D dal punto dato E.

### PROBLEMA IX.

*Dato un Trapezio, o un Trapezoide dividerlo in porzioni eguali.*

Sia il Trapezoide ABCD. (*Tav. XV. Num. XV.*) Si tiri in eſſo la diagonale A C. Il lato B C ſi prolunghi verſo E, e ſi tiri la retta D E parallela ad A C. Si tiri ſimilmente dal punto C la retta C F parallela ad A B. La retta A B, e la retta C F ſieno diviſe in quelle tante porzioni, in cui ſi vuole, che il Trapezoide ſia partito, come per cagione di eſempio in quattro parti. Ora dal punto E ſi tirino per le diviſioni della C F tante

rette, le quali giungano a ſegare la CD; che tirate da queſti ſegamenti altrettante linee rette alle diviſioni dell' AB, rimane il Trapezoide ABCD diviſo in quattro porzioni eguali.

### PROBLEMA X.

*Dividere un Trapezio, e un Trapezoide in parti eguali, e per modo che ciaſcuna termini in un punto, che dentro del medeſimo ſia dato.*

Sia il Trapezoide ABCD, (*Tav. XV. Num XVI.*) e il punto dato dentro di eſſo ſia in E. Da queſto punto E ſi tirino le rette AE, BE, CE, DE. Di poi prolungata indefinitamente da ciaſcuna parte la baſe AB; e nella ſteſſa guiſa prolungati pure i lati AD, e BC, ſi prenda nella baſe AB un punto, da cui ſi poſſa tirare una linea, che ſia parallela ad AE, e che inſieme ſeghi la prolungata AD al di fuori del Trapezoide, e queſto punto ſia F, da cui ſi tiri la retta GH in modo che ancor queſta ſia parallela alla DE. Si tiri quindi dal punto H la retta HI, che pure ſia pa-

parallela ad E C; e dal punto I similmente si conduca in K un altra retta, la quale sia parallela a B E. Ora se il Trapezoide si voglia diviso in sei parti, conviene anche partire in altrettante porzioni lo spazio, che corre tra F, e K, e queste saranno FL, LM, MN, NO, OP, PK. Formate queste porzioni si tiri dal punto L, che è al difuori del Trapezoide; la retta L Q, che sia parallela ad A E; e similmente dal punto O, che pure è fuori del Trapezoide, si tiri la retta O R, che sia anch'essa parallela a B E. Le quali due rette, come si vede, intersegano i lati del Trapezoide nei punti Q, e R. Ora dalli punti H, Q, M, N, R, S, sieno tirate le rette E H, E Q, E M, EN, ER, ES, le quali divideranno il Trapezoide A B C D in sei parti, che sono eguali, e che tutte terminano nel punto E, che dentro del medesimo è dato.

## CAPO IX.

### *Dei Poligoni.*

COlla voce Poligono si esprimono tutte le figure, le quali hanno più di quattro lati; e che perciò si dicono ancora Moltilatere. Il numero di questa maniera di figura è tanto largo, e disteso, per quanto la fantasia se lo può immaginare. Perlochè egli è da dover bastare, che col loro nome se ne rammentino soltanto alcune sorte, senza distendersi soverchiamente più oltre. Se per tanto una figura sia composta di cinque lati retti, si dinomina Pentagono; se di sei Esagono; se di sette Ettagono; se di otto Ottagono; se di nove Enneagono; se di diece Decagono; se di undici Undecagono; se di dodici Dodecagono; se di tredici Tredecagono, se di quattordici Quartodecagono; se di quindici Pendecagono; e così degli altri, procedendo innanzi, per quanto può piacere a cia-

a ciascuno. Il Poligono, ove sia formato di lati, e di angoli eguali, può esser descritto dentro di un circolo, toccando con tutti i suoi angoli la circonferenza di quello, come in A, (*Tav. XVI. Num. I.*) e può ancora esser descritto intorno alla sua circonferenza, come si vede in B. Da che ne segue, che siccome il circolo ha il suo centro; così similmente, che anche ogni Poligono abbia il centro, a cui quante linee rette vengono dagli angoli tirate, tutte sieno, come nel circolo, tra di loro eguali, siccome sono l' A C, e l' A D, per cui rimane formato il triangolo A C D, e di cui dicesi, esser A l'angolo al centro del Poligono; e l' angolo C D E essere alla circonferenza. I Poligoni poi, qualora sono formati di lati, e di angoli eguali, hanno anche il nome di Figure Regolari (1).

PRO-

(1) La forma del Poligono si conviene assai bene al ricinto dei luoghi, che debbono ser-



vire

## PROBLEMA I.

*Descrivere sopra di una data retta linea, e ad un punto dato nella medesima l'angolo di qualsivoglia Poligono, tanto al centro, che alla circonferenza.*

La data retta linea sia A B, (*Tav. XVII. Num. I.*) e il punto dato nella medesima sia C, a cui si voglia formare

---

vire agli usi militari, siccome sono le fortezze, e le Città medesime, ove sieno per ogni lor parte fortificate. E questa forma intanto è a ciò più atta di ogni altra; perchè negli angoli di essa A, B, C, D, E, F, G, H, (*Tav. XVI. Num. II.*) si adattano assai bene i Baluardi, i quali restano per la difesa a convenevole distanza; e perchè le Fortezze di tal forma si difendono all'intorno con eguali forze. Nell'architettura civile la forma del Poligono non ha avuto gran corso, e soltanto se ne trova alcuno esempio in qualche Tempio, e torre da campane, e tra gli edifizj ad uso privato si è reso assai celebre il Palazzo dei Farnesi a Caprarola, il quale fu architettato con molta maestria dal Barozzi in forma pentagona, e a cui diede in ogni sua parte la più commoda, e la migliore distribuzione, come si vede in F (*Tav. XVI Num. III.*) L' antichità ha talora adoperati gli Esagoni, e gli Ottagoni nei compartimenti, che formavano l'ornato alle Volte di superbi, e magnifici edifizj.

mare l'angolo al centro, e alla circonferenza del Poligono Pentagono. Si alzi la C D perpendicolare ad A B, e fatto centro con qualunque intervallo in C, si descriva la quarta parte del circolo B D; e questa si divida in tante parti eguali, quanti sono i lati del Poligono, di cui si cerca l'angolo al centro, e alla circonferenza. E perciò, cercandosi questi ora del Poligono Pentagono, essa quarta parte deve esser divisa in cinque parti. Contate quattro parti da B in E, si tiri la retta C E, e B C E sarà l'angolo al centro, e A C E l'angolo alla circonferenza del Poligono Pentagono (1).

PRO-

(1) Se questa operazione si faccia colla divisione del circolo in gradi, e minuti, torna anche la medesima cosa; perchè, come altrove si è detto (*a*), essendo il quarto del Circolo B D di gradi 90, e questi divisi per 5 ne toccherà ad ognuna delle cinque parti, in cui è divisa la quarta parte del circolo gradi 18; i quali gradi 18, presi quattro volte rendono gradi 72 pel valore dell'angolo al centro; e

 altresì

(a) *Pag. 66. Nota* (1).

altresì, se il valore dell'angolo al centro, che quì è gradi 72 si sottragga da 90, e quel tanto che ne rimane si sommi col medesimo 90, si avranno gradi 108 per l'angolo alla circonferenza. Egli è adunque assai facile coll'istromento del semicircolo il descrivere qualunque Poligono; e secondo quella grandezza, che più possa piacere, e ciò tanto per via dell'angolo alla circonferenza, quanto per quello al centro, come si comprende assai chiaro da F, e G. (*Tav.XVII.Num.I*) Perlochè ci piace, per rendere anche la cosa più chiara, di recare quì appresso la tavola, che mostra il valore degli angoli, che nei Poligoni si trovano al centro, e alla circonferenza, incominciando dal Pentagono al Pendecagono, e dividendo il loro valore in gradi, e minuti

| Numero dei lati | Angoli al centro | | Angoli alla circonferenza | |
|---|---|---|---|---|
| | Gradi | Minuti | Gradi | Minuti |
| 5 | 72 | | 108 | |
| 6 | 60 | | 120 | |
| 7 | 51 | 26 | 128 | 34 |
| 8 | 45 | | 135 | |
| 9 | 40 | | 140 | |
| 10 | 36 | | 144 | |
| 11 | 32 | 44 | 147 | 16 |
| 12 | 30 | | 150 | |
| 13 | 27 | 42 | 152 | 13 |
| 14 | 25 | 43 | 154 | 17 |
| 15 | 24 | | 156 | |

Che se poi si volesse sapere a qual quantità di angoli retti corrispondano gli angoli di qualunque Poligono, non altro è richiesto, che di radoppiare i lati del Poligono, che si ha tra mani, e dal numero di essi radoppiato scemare 4, e quel tanto, che ne rimane, mostra il nu-

numero degli angoli retti, a cui quelli del Poligono corrispondono. Raddoppiati adunque i cinque lati del Pentagono rendono 10, a cui tolto il numero 4 rimane 6; e tanti sono gli angoli retti, a cui corrispondono gli angoli del Pentagono; e quindi anche si palesa, che ciascuno di questi contiene in se medesimo il valore di un'angolo retto, ed un quinto. Questo medesimo valore, e corrispondenza si può anche ricogliere per mezzo dei gradi; e ciò in questa guisa. Si moltiplichi il numero 180 per il numero dei lati di qualunque Poligono; e dal prodotto di questa moltiplicazione si scemi 360, che il rimanente diviso che sia per 90, darà nel suo quoziente il numero degli angoli retti, che sono rinchiusi in quegli del Poligono. Nel Pentagono, per cagione di esempio, moltiplicati i suoi 5 lati per 180 si ha il prodotto di 900, e da questo estratto 360 rimane 540; e questo 540 diviso per 90, ha per suo quoziente il 6, che è il numero degli angoli retti, che sono rinchiusi negli angoli del Pentagono. Torna anche la medesima cosa, se dal numero dei lati di qualunque Poligono se ne scemino due, e gli altri che rimangono, sieno moltiplicati per 180, e sia in appresso il prodotto di questa moltiplicazione diviso per 90, che si troverà esser similmente il quoziente di questa divisione il numero degli angoli retti contenuto in quelli del Poligono.

### PROBLEMA II.

*Deſcrivere un Pentagono ſopra una data retta linea.*

La data retta linea ſia A B. (*Tav. XVII. Num. II.*) Si faccia centro in A, e dipoi in B; e coll' intervallo A B ſi deſcrivano i due circoli E H, I F, i quali s'interſegano nei punti C, e D. Per queſti punti ſi tiri la retta C D; e fatto centro in C coll' intervallo C A ſi deſcriva la curva E G F, la quale ſegherà la C D in G. Ora ſi tirino le rette E G, ed F G; e queſte prolungate fino alla circonferenza E H, ed F I nei punti H, ed I, ſi tirino le rette A H, e B I. Ultimamente ſia fatto centro in H, ed in I, e coll'intervallo A H ſi ſegnino le due curve, che s'interſegano in K, e ſi tirino le due rette H K, ed I K, e ſi avrà il Pentagono ABIKH (1).

PRO-

---

(1) Egli ſi può deſcrivere un Pentagono anche in queſta guiſa. Sia data la retta A B, (*Tav. XVII. Num. III.*) la quale ſi prolunghi verſo C, e D, e dipoi ſi divida per metà in E, e ſi alzi nell'eſtremità A la perpendicolare A F. Indi

## PROBLEMA III.

*Descrivere un' Esagono sopra una retta data.*

La retta data sia A B, (*Tav. XVII. Num. IV.*) e aperto il compasso secondo la sua estensione, sieno sopra della medesima tirate le curve A C, e B C, che s'intersegano in C. Ora fatto centro in C, coll' intervallo A C si descriva il circolo D E F G, sopra del quale segnati i quattro punti D, E, F, G, a seconda dell'estensione della data linea,

---

Indi si faccia centro in A, e coll'intervallo A B si formi la curva B F, la quale segherà essa perpendicolare nel punto F; e da questo medesimo punto F, facendo centro in E, è da condurre la curva F C, la quale segherà la retta A B, ove si è prolungata in C; e perciò B D va resa eguale ad AC. E fatto centro in A, ed in B coll' intervallo A B si formino le curve in H, ed in I; e dipoi fatto centro in C, ed in D, col medesimo intervallo si formino l'altre due curve, che interseghino le già formate nei punti H, ed I. E così pure facendo centro in H, ed in I senza muovere il compasso, si formeranno le due curve, che s'intersegano in K. E per ultimo congiungendo i punti A, H, K, I, B con linee rette, si farà formato il Pentagono A B I K H.

nea, e ai medeſimi queſta ſteſſa riportata, ſi avrà l'Eſagono A B G F E D.

### PROBLEMA IV.

*Deſcrivere l'Ettagono ſopra una data retta linea.*

Si deſcrive l'Ettagono ſopra la retta data A B, (*Tav. XVII. Num. V.*) prolungando la medeſima verſo C, formando A C eguale ad A B. Indi fatto centro in C, ed in B, ſi deſcrivono coll'intervallo C B le curve B D, e C D; e pel punto D, in cui queſte curve s'interſegano, ſi tiri la retta A D; e preſo centro in C, e D, col medeſimo intervallo di C D, ſi debbono deſcrivere le curve in E; e i punti E, B, ſi congiunghino con retta linea, dalla quale ſi taglia la retta A D nel punto F. E ultimamente coll'intervallo B F, fatto centro in A, e B, ſi formano le curve in G, ove facendo centro, ſenza movere il compaſſo, ſi deſcrive il circolo A B H, ſopra del quale riportando la linea A B, ſi avrà l'Ettagono, che ſi cercava.

PRO-

### PROBLEMA V.

*Deſcrivere l'Ottagono ſopra una data retta linea.*

La retta data ſia AB, (*Tav. XVII. Num. VI.*) dividendo la medeſima per metà in C; poi coll'erigere in C la perpendicolare, e prolungarla verſo D, formando in A B il ſemicircolo A E B; e per il punto E, in cui eſſo con quella s'interſega, fatto centro, ſi deſcrive la curva A D, che taglia l'accennata perpendicolare nel punto D. Ora coll' intervallo D A preſo centro in D, ſi deſcriva il circolo A B F, nella di cui circonferenza riportata la linea A B, rimarrà formato l'Ottagono ſopra una data retta linea (1).

PRO-

(1) Verrà fatto di poter deſcrivere l'Ottagono ſopra la retta data AB, (*Tav. XVII. Num. VII*) in queſt'altra maniera; cioè dividendo la medeſima in quattro parti eguali; e poi col prolungarla verſo C, e verſo D, ſegnando, tanto in A C, che in B D tre parti, che ſieno eguali a quelle, in cui ſi è diviſa l'A B. Indi fatto centro in C, e in D, ſi deſcrivono coll' intervallo C B, e A D le curve B E, e A F, e pel

PROBLEMA VI.

*Descrivere sopra una data retta linea per mezzo di una sola regola qualunque Poligono, per fino al Dodecagono.*

La regola per cui si può descrivere ogni maniera di Poligono, perfino al Dodecagono, ell'è questa. La retta data sia A B, (*Tav. XVIII. Num. VIII.*) sopra cui è da alzare la perpendicolare C D. Coll'intervallo A B, fatto centro in A, ed in B, si debbono descrivere le due curve A E, e B E. L'una di esse curve, e questa sia la BE, si deve dividere in sei parti tra di loro eguali. Indi fatto centro in E, bisogna

---

e pel punto G, in cui queste curve s'intersegano, si tirano dai punti C, e D le rette C I, e D H. Egli è poi da fare, che G H, e G I sia eguale a G C, e a G D; e preso centro in I, e in H, si debbono descrivere le curve K L, ed M N. E ultimamente coll'intervallo A G, fatto centro in G, si tagliano tutte le accennate curve nei punti M, F, L, N, E, e K; e questi punti congiunti con linee rette, rimane formato l'Ottagono sopra una data retta linea.

gna coll'intervallo di ciascuna di queste divisioni, che sieno riportate le medesime sopra la perpendicolare C D; siccome si fa palese dai numeri 5, 6, 7, 8, 9, &c. che a lungo di essa si veggono. Non sono questi numeri, che i centri dei circoli, dentro a cui si descrivono i Poligoni, i quali hanno altrettanti lati, quanti ne accenna il numero del loro centro. Se per tanto si faccia centro in 5 coll'intervallo A, ovvero B, rimarrà descritto il circolo del Pentagono. E così pure se si farà centro in 6, 7, 8, 9, &c. e coll'intervallo 6 A, 7 A, 8 A, 9 A &c. sieno descritti i loro circoli, si avrà quindi quello dell'Esagono, dell'Ettagono, dell'Ottagono, e dell'Enneagono, e similmente degli altri (1).

PRO-

(1) Si accennava alla pag. 129. Nota 1., che alle forme del Poligono vi si addattano assai bene i Baluardi, dei quali non sarà che pregio dell'opera il mostrarne le parti, e come queste con giustezza si formino. I Baluardi adunque si distinguono nelle loro Fronti,

ti, come A B, ed A C, (*Tav. XVIII. Num IX.*) e nei Fianchi, come B D, e C E; e la diſtanza che ſi trova tra l'uno Baluardo, e l'altro, o ſia la linea EF, e DM vien denominata *Cortina.* La linea poi, che ſi rimira punteggiata, e che parte dall'una eſtremità della cortina D, e va all'angolo H, o ſia alla ſpalla del Baluardo, e che prolungata termina nella punta, o all'angolo di eſſo I, ſi dinomina la *linea della diffeſa*. La retta I K porta il nome di *linea Capitale*; e lo ſpazio D L E, ſi dice *Collo* del Baluardo. E conſiderando, che la linea I D della diffeſa ſi deve ſtendere dentro il tiro di un'archibuſo, eſſa perciò non ſi farà più lunga di 60 pertiche. La giuſta miſura poi di una Fronte, come AB, non ſi avanza, che da 24 fino a 30 pertiche. Ma i Fianchi ſi vogliono far ampj più che ſi può; e per tal fine dai Moderni ſi fanno cadere a perpendicolo ſulla linea della diffeſa IHD, e non ſulla linea della cortina D M; ſiccome per l'innanzi ſi coſtumava. Oltre a ciò il condurre il fianco non in linea retta, ma ſibbene ripiegato in una curva N O, e rientrando per due, o tre pertiche, ſi cagiona, che i cannoni rimangono naſcoſti alla viſta del nemico, e non ſi poſſa da lui adoprare, che un ſol cannone, per colpire la curvità del muro in maniera diritta, e perpendicolare; la qual coſa certamente non potrebbe avvenire, ove il muro ſi conduceſſe diritto, e formaſſe un' angolo ottuſo N O P. L'orecchia Q R, che rimane alla ſpalla del Baluardo non deve avere in larghezza più del terzo di P Q; ed è richieſto, che la linea P S vada ſeguitando la linea della diffeſa, per conſervarſi nel fianco la debita ampiezza. In queſto torna aſſai bene il diſporre i cannoni con doppio ordine, ſeparando

do questi con una fossa T V, purche l'ordine di sopra rimanga alquanto più alto; e da ciò ne seguita, che i colpi di bombarda tirati dal nemico, vadano sovente a voto, e nè il terreno cadendo, possa nell'ordine di sotto impedirne l'uso. Ed essendo la diffesa massimamente riposta in formar bene essi fianchi, ne deriva per tanto, che le maniere del fortificare non si conservano costantemente le medesime, e che sù di tal materia l'opinione degli Scrittori si varia. Dell'angolo del Baluardo A B C, ci rimane a dire, che non si deve formare minore di gradi 60, e che anzi si debba approssimare ad un'angolo retto. Oltre ai Baluardi, vi si aggiungono all'intorno le fortificazioni in maniera diversa, e separata con fossa tallora ripiena di acqua, e tallora del tutto secca. I Rivellini, come X, che vanno a difendere, e coprire la cortina; i Bastioni che si pongono in faccia all'angolo del Baluardo, come Z; le mezze lune, come Y, le quali si pongono similmente opposte all'angolo del Baluardo; la Tenaglia semplice, e la doppia, come la *a b*, (*Tav. XIX. Num. X.*) e la *c d*; le opere cornute, e quelle fatte a modo di corona, siccome si veggono in *e f*, e in *g h i*; E tutte queste, ed altre maniere di fortificare vogliono esser fatte in guisa, che poche persone possano sostenere l'impeto di molte; e per tal motivo dai moderni non si pongono più in uso le mezze lune innanzi al Baluardo, ma piuttosto innanzi alla cortina, e così pure non si adoprano le tenaglie, perchè queste a luogo di recare vantaggio, non portano che svantaggio, qualora sieno prese dal nemico. Intorno le misure delle altezze della fortificazione, bisogna intendere, che quanto più le opere si vanno

### PROBLEMA VII.

*Descrivere qualunque Poligono dentro ad un dato circolo.*

Il dato circolo sia ABC. (*Tav. XIX. Num. XII.*) Si tiri in esso il diametro A B. Questo si divida in tante parti eguali, quante si vuole, che ne abbia il Poligono, il quale vi si deve co-

---

vanno discostando dal centro di quella, si vadano ancora a grado a grado abbassando. L'altezza del Bastione vuol'essere piuttosto bassa, che alta, nè passar deve i palmi 24, e 36, ma la sua grossezza deve rendersi eguale tanto nelle opere più vicine al centro, che in quelle che le sono lontane. I parapetti delle trincee vogliono avere di altezza quel tanto, che basta a ricoprire la persona. Per la Fossa si tiene questa regola, che la quantità del terreno, che vi si cava, possa bastare per formare il Bastione. La larghezza di quella non passa le sei pertiche, e l'esser piuttosto larga, che ristretta non reca che vantaggio. I suoi lati poi si richiede, che sieno a scarpa, e la sua profondità non supera la misura di due pertiche, e tanto si avanza la scarpa nella sua base. Che se essa si cinga intorno con muro, basta che si avanzi il sesto della sua altezza, come si vede nella figura in A, B, (*Tav. XIX. Num. XI.*) ove ancora si rimirano in profilo, in C il terrapieno, in D il sottopiede, in E la trincea, in F G la trincea oltre alla via coperta H.

costruire. In appresso, recato il Compasso in A, ed in B, si formino coll'intervallo A B le curve, le quali s'intersecano in D. Dipoi da B verso A, e alla distanza di due parti si segni il punto E; e da D per E si tiri la retta D E, la quale bisogna continuare per fino alla circonferenza in F. E per ultimo, tirata la B F, sarà questa il lato del Poligono Pentagono, che avendo diviso il diametro del dato circolo A B C in cinque parti, si è inteso di costruire (1).

PRO

(1) Si può similmente costruire qualunque Poligono dentro ad un dato circolo, se i diametri del medesimo circolo sieno tirati in guisa, che sieno ad angoli retti; e di poi si divida una quarta parte del dato circolo in tante porzioni eguali, che corrispondano al numero dei lati, di cui è composto il Poligono, che vi si vuole formare; e per ultimo, tirata una retta all'una, e all'altra estremità di quattro di esse porzioni, mostrerà questa retta quale sia per essere l'estensione di ogni lato del Poligono, che si vuole costruire dentro del dato circolo, come operando si potrà a ciascuno far chiaro.

## PROBLEMA VIII.

### *Descrivere intorno ad un dato Circolo qualunque Poligono.*

A voler descrivere i Poligoni d'intorno ad un Circolo bisogna, che il Poligono medesimo, il quale vi si deve descrivere, sia stato prima costruito dentro dello stesso Circolo. Questo qualora siasi fatto, convien tirare dal centro del Circolo agli angoli A, B, C, D, E, F (*Tav. XX. Num. XIII.*) del formato Poligono tante Linee Rette, quanti sono essi angoli. Dipoi per l'estremità di queste si debbono far passare ad angoli retti altrettante linee; e queste senza fallo descriveranno il Poligono Esagono G, H, I, K, L, M, che si voleva intorno al proposto Circolo (1).

PRO-

(1) I Poligoni al di fuori di un dato circolo si possono costruire anche in questa guisa. Posto che il Poligono, il quale si vuole costruire al di fuori del circolo, sia stato descritto al di dentro di esso circolo, si divida per metà quella porzione della sua circonferenza, la quale sta sopra ad ogni lato dell'interiore descrit-

### PROBLEMA IX.

*Ritrovare il centro di un dato Poligono.*

Il dato Poligono ſia ABCDE, (*Tav. XIX. Num. XV.*) e ſi dividano gli angoli A, e B per mezzo, tirando la retta A F, e B F; e queſte incontrandoſi nel punto F, danno nella medeſima interſegazione il centro del Poligono. Queſto medeſimo accade, ſe conſiderati i punti B, C, D, ſi cerchi il centro del Poligono per via delle rette F G, F H in quella medeſima maniera, che ſi moſtrò doverſi trovare il centro al Circolo; e ciò per via di tre punti, che nella ſua circonferenza ſieno ſtati dati (*a*).

PRO-

---

ſcritto Poligono; ſiccome è nei punti A, B, C, D, E, F. (*Tav. XIX. Num. XIV.*) Per queſti punti ſi facciano dipoi paſſare tante linee, quanti eſſi ſono, e in modo, che le ſteſſe linee ſieno parallele ai lati del Poligono interiore, e ſi avrà, come ſi vede, al di fuori del circolo il Poligono G, H, I, K, L, M.

(a) *Pag.* 40.

## PROBLEMA X.

*Misurare l'Area superficiale di qualunque Poligono.*

Bisogna in primo luogo sapere a qual quantità di misure monti l'estensione di un lato del Poligono, di cui si vuole misurare l'area; e questa quantità di misure ritrovata, conviene moltiplicare pel numero dei lati, che compongono il medesimo Poligono. In appresso tirata dal centro del Poligono una perpendicolare sopra di un suo lato, si deve trovare la misura della medesima perpendicolare (*a*); e trovata questa misura, è richiesto di moltiplicarla pel numero, che è risultato dalla quantità di un lato per tutti gli altri lati. E poi il prodotto di questa moltiplicazione si deve partire per 2, che il quoziente di essa sarà l'area del Poligono. Si voglia, per cagione di esempio, sapere l'area di un' Esagono, un lato di cui sia di sei misure. Si moltiplichi il numero di queste misure per gli lati dell' Esagono, i quali essendo similmente 6, il loro

(a) *Pag.* 97. *Not.* 1.

loro prodotto è di 36. E ſiccome la perpendicolare, che cade ſopra un lato dell'Eſagono, è di miſure $5\frac{1}{5}$; deve perciò il numero 36 eſſer moltiplicato per $5\frac{1}{5}$, il cui prodotto è $187\frac{1}{5}$. Si divida queſto prodotto pel numero 2, e ſi troverà nel quoziente $93\frac{3}{5}$, che tante miſure, o ſieno quantità viene ad eſſere l'area di un'Eſagono, uno dei cui lati ſia di ſei miſure.

# CAPO X.

## *Delle Figure Rettilinee Irregolari.*

Figura Rettilinea Irregolare ſi denomina quella, la quale ſebbene ſia compoſta di Linee Rette; non ha tuttavia nè lati, nè angoli, che ſi corriſpondono, i quali ſieno tra di loro eguali; e quindi ſono fuori di ogni regola. Non è però per queſto, che così fatte Figure Rettilinee non ſi debbano talora dinominare *Simili*; e ciò avviene, qualora ſi abbiano due di eſſe Figure, le quali, comechè l'una ſia, o più grande, o più piccola dell'altra, hanno nondimeno i lati intorno agli angoli corriſpondenti, che ſono ordinati, e formati in modo, che ſono della medeſima ragione, o ſieno della ſteſſa proporzione, come appare in A, e B. (*Tav.XX. Num.I.*) (1)

PRO-

(1) Ragionando della figura del Trapezio, ſi diceva avervene alcuna, a cui in niuna guiſa ſi può addattare la ſquadra; e perchè di tal ſorta ſono anche i Rettilinei, i quali aſſai vol-

PROBLEMA I.

*Deſcrivere una Figura Rettilinea ſimile ad un'altra data Figura Rettilinea.*

Poſta una Figura Irregolare Rettilinea, a cui ſe ne voglia formare un'altra ſimile, conviene primieramente guardare, ſe ſi voglia, o più grande, o più piccola della già poſta, e quanto ſi voglia maggiore, o minore; perchè tanto maggiore, o minore convien proporre una linea, ſopra cui ſi deve coſtruire il Rettilineo ſimile al già poſto. Sia dato pertanto il Rettilineo A B C D. (*Tav.XX. Num.II.*) Biſogna ora guardare qual ſia il ſuo maggior lato; e ſecondo il Rettilineo da formarſi ſi vuol maggiore, o minore, è da proporre una linea maggiore, o minore, ſopra cui coſtruirlo. Il lato maggiore adunque è AB, e poſto che il Rettilineo ſimile debba eſſer maggiore, ſi ponga anche la linea EF maggiore per quel tanto, che tale ſi vuole. Si prenda la miſura di A B, e ſi porti in G H; e con la medeſima apert ura di

compasso fatto centro in G, si tiri la curva H I. Si prenda di poi la misura di E F, e con essa fatto centro in H, s'intersseghi la formata curva in I, e si tiri da questa intersecazione la retta G I. In appresso si piglino anche le misure dei lati B C, e C D, e con B C fatto centro in G, si formi la curva K L, e con C D si formi nella stessa guisa l'altra curva M N. Il quale angolo così costruito, si dinomina l'Angolo di Reduzione (1). Ordinato in questa guisa l'an-

---

volte s'incontrano nelle opere dell'Architettura, e nell'arte dell'Agrimensura, intendiamo perciò di aver per replicato anche in questo luogo quel tanto, che allora si disse sopra tale specie di Figura.

(1) Egli si vuole avvertire, che torna all'uso assai bene il formare questo Angolo di Reduzione sopra della lavagna; e ciò per più cagioni. In questa i segni si fanno con ogni precisione, le curve vi si scorgono con ogni chiarezza, nè tra di loro per alcun modo si confondono, il vertice dell'Angolo, in cui si fa centro, nè si guasta, nè si dilata, e qualora si sieno formati molti segni, i quali portino confusione, questi, rimanendo l'angolo, con ogni facilità si cancellano. In difetto di lavagna, quantunque non tanto felicemente, si può

l'Angolo di Reduzione, si formi nel punto F un'angolo, che sia eguale all'angolo B, e si tiri dal punto F per le intersecazioni, che si sono fatte, per aver l'angolo eguale, una retta in O, la quale abbia la distanza della curva KL; e formato similmente in O un'angolo, che sia eguale a C, si tiri dal punto O per le intersecazioni di esso angolo un' altra retta, in che abbia pure la distanza della curva MN. E tirata per ultimo anche dal punto P in E una retta, rimane costruito il Rettilineo E F O P, simile, e maggiore del dato A B C D, come si era proposto. Intorno al Rettilineo eguale non ci accade di proporre alcun precetto; perchè volendolo formare, altro non è richiesto, che di attendere a rendere corrispondenti, ed eguali gli angoli di quello, che s'inten-

può far uso di carta alquanto grossa. Per le proporzioni, che si trovano segnate sù per li Compassi di reduzione, si fa con molta speditezza uso di essi a luogo dell'Angolo di Reduzione.

tende di costruire, a quelli del già dato (1).

PRO-

(1) Per formare il Rettilineo simile, che sia maggiore, o minore, che il già dato, si può anche tener dietro all'insegnamento, il quale si è proposto, per avere i Trapezj maggiori, o minori, e che si diceva esser riposto, e consistere nel prendere un punto nel mezzo della figura, e da esso tirare agli angoli tante linee rette; e quindi le parallele ai lati della medesima figura; e queste per quella distanza da essi, che dimanda il volersi essa maggiore, o minore della già data figura.

Questa medesima operazione di formare i Rettilinei simili, ove siasi in opera di Agrimensura, torna assai bene, usando del Traguardo, il farla in questa guisa. Egli si vuole stimare di dover porre in carta la superficie di un campo, che rappresenti il Rettilineo A B C D E, (*Tav. XX. Num. III.*) o altro simile, si fa in primo luogo in carta uno schizzo, che rappresenti la forma del campo con tutti i suoi angoli; e poi dai due angoli, che sono tra di loro più lontani, si tira come in carta, così nel campo la retta linea A C, la quale nel linguaggio degli Agrimensori vien chiamata linea Maestra. Ciò fatto convien far cadere sopra di essa Maestra dagli angoli del Rettilineo tante perpendicolari, quanti essi sono, come B F, E G, D H. In appresso si misura nel campo non meno l'estensione delle medesime perpendicolari, che la distanza della linea Maestra, la quale corre tra una perpendicolare, e l'altra; siccome è in A G, in A F, in F H, e in H C; e quindi tutte queste misure si segnano a suoi

luo-

luoghi nello ſchizzo, da cui, ſtandoſi a tavolino, con una ſcala, che ſia proporzionata alla carta, che ſi vuole uſare, ſi traſportano con politezza, e diligenza.

Se poi avvenga di dovere recare in carta il giro, che fa all'intorno una qualche quantità di terreno, ovvero di boſco, dentro a cui non ſi poſſa penetrare, o per acque, che lo bagnino, o per la ſpeſſezza degli ſpineti, che lo impediſcono, o per qualunque altro oſtacolo; e che perciò non vi ſi poſſa, che girare all'intorno, conviene allora, per averne la miſura, formato che ſiaſene della ſua figura lo ſchizzo in carta, riportando ſempre sù del medeſimo colle ſue miſure quel tanto, che ſi opera intorno al giro del terreno, operare in queſta guiſa. Suppongaſi per tanto, che così fatto luogo abbia la forma del Rettilineo A B C D E F G, (*Tav. XX. Num. IV.*) ſi tiri per l'angolo B la retta H I. Dipoi per l'angolo A ſi faccia paſſare la retta H K, e ciò in modo, che ſtia a ſquadro colla H I. E quindi anche per gli angoli E, e D ſi conducano le rette K L, ed L I, delle quali ſtia ſimilmente la prima a ſquadro con H K, e la ſeconda con K L. Dove ſi ſieno tirate queſte rette, ſi cerchi la quantità, o ſia la miſura delle perpendicolari, che dagli angoli cadono ſopra delle medeſime, come ſi vede in C M, in F N, e in G O, e ſimilmente ſi raccolga la miſura di tutte le diſtanze, che corrono tra l'una, e l'altra delle perpendicolari, come appare dai numeri notati in H B, in B M, in M I, in I D, in D L, in L E, in E N, in N O, in O K, in K A, e in A H. Queſta operazione, già s'intende, che non preſenta, che il giro all'intorno del Rettilineo, che con eſattezza ſi formerà in carta, ſtandoſi al Tavolino.

## PROBLEMA II.

*Misurare qualunque Rettilineo.*

La misura del Rettilineo si ordina a questa guisa. Egli, tirando da un suo angolo quante linee bisognano, è da partire in modo, che tutto resti diviso in tanti triangoli. Le linee che bisogna tirare, saranno sempre nel loro numero tre di meno, di che sieno i lati, che compongono il Rettilineo; e similmente i triangoli debbono essere meno due, di che sieno essi lati. Perlochè ad un Rettilineo, che sia di sette lati, per ridurre la sua superficie in tanti triangoli, si faranno partire con ordine da un suo angolo agli altri angoli del medesimo quattro linee, e i triangoli, che da queste si formano, non saranno che cinque. Sia per tanto il Rettilineo ABCDE. (*Tav.XXI. Num.V.*) Egli essendo composto di cinque lati, convien tirare per esso due linee, le quali ne partiranno la superficie in tre triangoli. Tirate pertanto l'AD, e la BD, si avranno i triangoli ADE, ADB, BDC.

E ope-

E operando, come altrove ſi è moſtrato (*a*), e trovato, che l'area di ADF, ſia di 1505 quantità, che di A B D ſia di 1935, e che di B D C ſia di 1260, queſte ſommate, e unite inſieme, dimoſtrano, che tutta l'area del Rettilineo monta al numero di 4700 quantità, o ſieno miſure (1).

PRO-

(a) *pag.* 97.

(1) Il metodo propoſto di partire la ſuperficie dei Rettilinei in tanti triangoli, per ricoglierne la ſua quantità, certamente è il più generale, e quello, che puó aſſai ſpeſſo eſſer recato alla pratica; ma non per tutto ció che ſia in arbitrio di chi opera il poterlo partire, e che talora anche non convenga dividerlo in altre guiſe, ſiccome è in rettangoli, in trapezj, e queſti meſcolatamente tra di loro, e coi triangoli, e in qualunque altra guiſa, che richiegga lo ſchizzo della parte, che, prima di entrare a miſurare, ſi è formato in carta, dovendoſi calcolare le miſure, che in eſſo ſono ſtate deſcritte, come ſi è veduto nella nota al Problema, che a queſto va avanti. L'Iſtromento, che dai più degli Agrimenſori Romani è uſato ſuol eſſere la Catena, la quale è partita in palmi $57\frac{1}{2}$, i quali palmi $57\frac{1}{2}$ ſi ripartono in dieci Stajoli, contando ogni Stajolo palmi $5\frac{3}{4}$. Che però la Catena quadrata monta a palmi 3306, e lo Stajolo è intorno

 ai 33

## PROBLEMA III.

*Dato un Rettilineo di molti lati, la cui forma per parecchj angoli acuti, che vi hanno parte, si rende assai disadatta, ridurla ad una più regolata, e che conservi la medesima area superficiale.*

Sia dato il Rettilineo ABCDEFGH IK, (*Tav. XXI. Num. VI.*) nella cui forma hanno parte parecchi angoli acuti, che la rendono sconcia, e deforme. Tirata la retta E G, si conduca dall' angolo F in L la retta F L, la quale sia parallela alla medesima E G, e indi si faccia passare dall' angolo E nel punto L la retta E L. Nella stessa guisa condotta la H K, e la I M parallela alla H K, si meni dall' angolo H nel punto M la linea H M. E per ultimo avendo condotte la B D, e la C N tra di loro parallele, si faccia cadere dall' ango-

ai 33 palmi. Di queste Catene quadrate, per formare un Rubbio, ne sono richieste 112, e per formare una Pezza ve ne entrano 16. Il Rubbio poi si parte in 12 Scorzi, e ogni Scorzo è diviso in 4 Quartucci.

angolo D nel punto N la retta D N; che il Rettilineo A B C D E F G H I K di una forma assai disadatta, e sconcia, sarà stato portato ad una più convenevole, e avrà conservata la medesima area superficiale (1).

PROBLEMA IV.

*Dato qualunque Rettilineo ridurlo ad un Triangolo, la cui area sia eguale a quella del dato Rettilineo.*

Il dato Rettilineo sia A B C D E F G. (*Tav. XXI. Num. VII.*) Dal vertice di un' angolo di esso, come da A, si tiri-

---

(1) Sembrerà forse ad alcuno, che questo Problema non sia di niun uso; ma non piccola utilità se ne raccoglie, ove tra discreti possessori di terreni, che insieme confinano, tra di loro si convengono di far senza detrimento della superficie delle possessioni, di cui si godono, mutare alle medesime le antiche disadatte forme, e intendono a darlene delle più convenevoli, e di questo medesimo Problema avverrà, che pur debba far uso l'Architetto, volendo, o i Magistrati delle vie render diritta alcuna strada, e dare in compenso nel medesimo luogo altrettanto di sito, che a ciò non bisogna, o coloro che hanno le abitazioni vicine far prendere alle medesime una forma più graziosa, e acconcia.

tirino ai vertici di ogni altro angolo del medesimo le rette A C, A D, A E, ed A F. Indi si prolunghino esternamente i lati D C, E D, D E, ed E F, e ciò con maniera indefinita. In appresso, preso il principio dell'angolo B, si tiri la B H, che sia parallela all'A C, e la H I parallela all'A D, e G K parallela all'A F, e finalmente K L parallela ad A E. E per ultimo tirate le rette A I, ed A L, avrà il triangolo I A L la medesima area, e quindi sarà eguale al dato Rettilineo A B C D E F G. come si cercava (1).

PRO-

(1) Senza dubitarne, la verità di questo Problema si ripone nei triangoli, che hanno eguali basi, ed eguali altezze, qualora son considerati come posti tra due linee parallele, perchè la superficie di questi è di egual valore; e questi triangoli si avranno tirando da A ad H, ovvero da A a K una retta linea. La figura segnata M, (*Tav. XXI. Num. VIII*) mostra un rettilineo, di cui la forma per essere diversa dall'esempio recato nel Problema, si riduce similmente in un triangolo; e la figura segnata N (*Tav XXII. Num. IX.*) mostra pure un rettilineo, che si vuole ridurre in un triangolo, la di cui altezza si piglia a piacere da un punto O, preso dentro del rettilineo.

Per-

### PROBLEMA V.

*Dato qualunque Rettilineo ridurlo ad un Quadrato, che abbia la medesima ſuperficie del Rettilineo.*

Si riduca in primo luogo il Rettilineo ad un Triangolo, come ſi è già moſtrato; e queſto ſia il Triangolo A B C, (*Tav. XXII. Num X*) a cui dal vertice B ſi faccia cadere la perpendicolare B D, e queſta ſi divida per mezzo in E. Dipoi non meno la baſe AC, che la D E, metà della perpendicolare ſieno congiunte inſieme, e ſe ne formi-

Perchè il Circolo vien conſiderato dai Matematici per un Poligono di lati indefiniti, ſarà perciò anche vero doverví eſſere un triangolo rettangolo, che al medeſimo ſia eguale. Suppongaſi perciò, che la circonferenza del circolo A B C ſia diviſa in 22 parti eguali, e che il ſuo diametro ſia partito in 7 parti ſimilmente eguali; ora, ſe per la baſe del Triangolo rettangolo A D E pongaſi la retta A D, che ſia di parti 22, le quali del tutto corriſpondano alle 22 della circonferenza; e ſe all' eſtremità della retta A D ſi faccia cadere ad angolo retto il ſemidiametro di eſſo circolo, che è di $3\frac{1}{2}$, e quindi tiriſi la D E, ſi avrà il Triangolo A D E eguale al Circolo A B C.

mi la retta F G H, la quale sia divisa per mezzo in I. Fatto centro in I, si descriva coll' intervallo I F il semicircolo F K H, e nel punto G si eriga la perpendicolare G K, la quale deve andare a toccare il semicircolo nel punto K (1). Per ultimo sopra di questa perpendicolare egli è da descrivere un quadrato, il quale sarà eguale al Triangolo A B C, e insieme al Rettilineo, che al Triangolo è stato ridotto (2).

PRO-

(1) Questa Perpendicolare G K si dinomina anche Media Proporzionale, siccome quella, che sta convenevolmente tra le due rette F G, e G H. Da alcuno Architetto di molta riputazione si tiene questa Media Proporzionale assai buona nel determinare l'altezza delle camere, facendo, che essa nasca dalla lunghezza, e larghezza delle medesime.

(2) Se il Rettilineo si dovesse ridurre in un circolo, prima è richiesto di ridurre il Rettilineo in un Quadrato, come nel Problema si è già mostrato. Posto adunque, che si sia ridotto al Quadrato A B C D, (*Tav. XXII. Num. XI.*) egli da partire il lato A D in parti 27; e prolungato esso lato fino a sette delle medesime parti in E, si descriva sopra la retta A E il semicircolo A F E. Nel punto D si eriga la perpendicolare D F; la quale sarà la Media Proporzionale, e sarà perciò il raggio del circolo,

la

PROBLEMA VI.

*Dato qualunque Rettilineo, renderlo eguale ad un Quadrilungo, il quale debba avere un lato eguale ad una retta data.*

Siasi il Rettilineo già reso eguale ad un Triangolo, e secondo la base di questo, e secondo la metà della sua perpendicolare si formi il Quadrilungo A B C D. (*Tav. XXII. Num. XII.*) La Retta data sia E. Al Quadrilungo già formato si prolunghino indefinitamente i lati D A, D C, A B, C B. Si renda A F eguale alla data E, e da F in B si tiri la diagonale F B, la quale prolungata al lato continuato D C, venga a segare il medesimo nel punto G. Si tiri per ultimo la G H in modo che sia parallela alla D F, e rimarrà formato il Quadrilungo B I H K, uno dei

la dicui area superficiale è eguale al quadrato A B C D, ed è anche eguale al proposto Rettilineo. I Pratici troveranno in questa operazione, il modo di rendere proporzionati gli aquidocci di figura rotonda, e quelle tante oncie di acqua che vorranno condurre, o che da fistola debbano escire.

dei cui lati è ſecondo una retta data, e che è eguale ad un Rettilineo, la cui ſuperficie è ſtata già ſimilmente reſa eguale ad un Triangolo (1).

### PROBLEMA VII.

*Dati due Rettilinei, le cui forme ſieno differenti, coſtruirne un terzo, il quale ſia ſimile all'uno, ed eguale nell' area all' altro.*

Sia dato il Rettilineo A, (*Tav. XXII. Num XIII.*) alla cui area, conſervandone la ſua quantità ſuperficiale, ſi voglia far prendere la forma del Rettili-

(1) Per mezzo dell' operazione di queſto Problema, e per quella del quarto, e quinto, che gli vanno innanzi, ſarà agevole il raccogliere la quantità della materia, la quale ſia richieſta a compire parecchie opere di artefici, i quali uſano di robe, la cui altezza è ſempre la medeſima; e altresì compite che le abbiano, il riconoſcere ſe ve ne hanno poſta quella quantità che eſſi dicono. L'altezza della roba, come del Damaſco, della Tela, e del Panno, o di altra ſimil coſa, ſarà a luogo della retta data; e per riſpetto dei rettilinei, che di tali materie debbono ricoprirſi, o ne ſono ſtati già ornati, operando ſecondo che con queſti Problemi ſi è moſtrato, ſe ne raccoglie la quantità delle loro canne.

tilineo B ſimilmente dato . Si formi alla baſe del Rettilineo B il Quadrilungo C D E F eguale ad eſſo Rettilineo B . Al lato C F di queſto Quadrilungo ſi formi parimente l'altro Quadrilungo C F H G , che ſia eguale al Rettilineo A . Sopra della Retta H E ſi deſcriva il Semicircolo H I E , e ſi alzi nel punto F la Perpendicolare F I , ſu di cui deſcrivendoſi un Rettilineo ſimile al dato B, ſarà quello non pure ſimile al dato B,ma anche eguale al propoſto Rettilineo A .

PROBLEMA VIII.

*Dati due Rettilinei ſimili , coſtruirne un terzo , il quale ſia ſimile , ed eguale ad ambedue .*

Sieno i due Rettilinei A , e B , (*Tav. XXII. Num. XIV.*) alla cui ſimiglianza , e grandezza nell' area , ſe ne voglia coſtruire un terzo . Si formi il Triangolo Rettangolo C, e i lati , che ſono intorno all' angolo retto , ſieno reſi eguali ai due lati , che nei propoſti Rettilinei A , e B ſi trovano ſimili , ſic-

ſiccome ſono D E, ed F G, e ſi tiri alle loro eſtremità l'ipotenuſa H I. Si deſcriva poi ſopra di queſta, e a ſimiglianza dei dati A, e B, il Rettilineo K, il quale non tanto ſarà ad eſſi ſimile, ma anche la ſua area ſarà eguale a quelle dei medeſimi.

PROBLEMA IX.

*Dato un Rettilineo, accreſcerlo, o ſcemarlo; ſecondo una data proporzione.*

Sia il Rettilineo A B C D E, (*Tav. XXIII. Num. XV.*) la cui area ſi voglia nel ſuo valore accreſciuta. Si prolunghi perciò indefinitamente il lato A B, e ſopra del medeſimo lato prolungato ſi ſegnino tante parti eguali della data proporzione, per quante il Rettilineo ſi vuole accreſciuto, e fatto maggiore. Suppoſto pertanto, che l'area del propoſto Rettilineo ſi voglia accreſciuto per il doppio, conviene ſegnare le due parti A F, F G eguali ad A B ſopra il lato, che ſi è prolungato. In appreſſo diviſa la G B per mez-

zo

zo in H, e fatto centro in esso H, si descriva coll'intervallo G H il semicircolo G I. E dipoi, alzata nel punto A la perpendicolare A I, in modo che tocchi il semicircolo nel punto I, e descritto sopra della medesima A I il Rettilineo A I K L M simile al già dato, si trova esser questo il doppio del Rettilineo A B C D E. Qualora poi si volesse scemata l'area del Rettilineo N O P Q R, si segnino sopra il lato N O parti, che sieno eguali alla data proporzione, e tante in numero, per quante il Rettilineo si vuole, che sia scemato, e fatto minore. Posto per tanto, che l'area del dato Rettilineo si voglia scemare per la metà, si parta il lato N O in due parti eguali nel punto S, e prolungata N O indefinitamente, si faccia in essa N T eguale ad N S; e divisa O T in due parti eguali in V, e descritto, come sopra il semicircolo, e alzata la perpendicolare N X, e descritto sopra questa il Rettilineo N X Y Z a simile al proposto, la sua area è per la me-

metà minore di che sia quella del già dato Rettilineo.

PROBLEMA X.

*Da un dato Rettilineo scemare quante porzioni si vogliono, fra di loro eguali, e ognuna secondo la quantità dell'area superficiale di un dato Triangolo Rettangolo.*

Il dato Rettilineo sia ABCDEFG, (*Tav. XIII. Num XVI.*) dal quale si vogliono scemare una, o più porzioni, che abbiano il medesimo valore dell' area di un Triangolo Rettangolo, che sia dato, come H I K. Posto in prima di volerne scemare una porzione, si tiri da un punto dato a piacere G in uno dei lati della figura, la linea punteggiata all' angolo opposto B; e dall' angolo A si conduca la parallela A L, che andrà ad incontrare il lato B C, ove siasi prolungato, nel punto L. Indi dal punto dato G si faccia cadere sul lato prolungato C L una perpendicolare G M, la di cui altezza va riportata nel Triangolo Rettangolo dal suo

ſuo angolo retto H al punto N; e tanto il punto N, che l'angolo I ſi congiunghino con una retta I N, e ſi prolunghi in maniera indefinita la baſe H I verſo O. Si conduchi poi dal vertice del Triangolo K una parallela alla I N, e ſi prolunghi finattantochè vada a interſecare la baſe prolungata in P; perchè aperto il compaſſo da P all'angolo H; queſta miſura va riportata dal punto L in Q. Si tiri per ultimo la retta G Q, e rimarrà formato il Rettilineo A B Q G, il quale nel ſuo valore è reſo eguale al dato Triangolo Rettangolo (3). A volerne pertanto ſce-

(1) A voler abbreviare la via dell'operazione, ſenza tirare molte linee, egli ſarà coſa aſſai ſpedita l'uſare degl' Iſtromenti atti a tirar linee parallele, che altrove ſi moſtravano, ſiaſi quello, che è compoſto di due righe, ovvero la ſquadra. Uſando la ſquadra, baſta diſporre la riga, e il lato di quella a baciare il punto dato a piacere G, e poi con una mano tenendo ferma la riga, e coll'altra movendo la ſquadra al punto A, a cui ſi vuol tirare la parallela; perchè ſi ſegnerà con matita, nel lato che ſi è prolungato, il punto L. Nella ſteſſa guiſa applicando la ſquadra al triangolo Rettangolo ne i

ſcemare un' altra porzione, che pure ſia eguale al propoſto Triangolo, biſogna prolungare indefinitamente i lati C D, e D E verſo R, ed S; e per ora il punto, che ſi prende a piacere ſia T, dal quale ſi tirino le rette TC, e T D. Si conduchi dal punto Q la parallela alla T C, la quale ove giunge a interſecare il lato prolungato nel punto V, ſi tiri da eſſo punto la parallela alla T D, che ſimilmente giunga a interſecare l'altro lato, che ſia prolungato in S. Preſa in appreſſo dal punto dato T la perpendicolare al lato D E, ſi riporti l'altezza di queſta dall' angolo H del Triangolo Rettangolo in X, e tirata la X I, ſi conduchi dal vertice K la parallela X Y, e preſa colle ſeſte la H Y. Si faccia a queſta eguale la S Z, e congiunti i punti T, Z colla retta T Z, ſi sarà formato il Rettilineo C D Z T Q di cui l'area è egua-

---

nei punti L N, ſi muove eſſa ſquadra al vertice K, e ſi ſegnarà ſimilmente nella baſe prolungata il punto P.

eguale al dato Triangolo Rettangolo. E operando alla medesima maniera si potrà scemare il terzo, e quarto Rettilineo, e quanti altri venga fatto di poterne scemare, siccome dalla figura rimane assai palese, ove i punti *a*, e *b*, sono i punti, che si son presi a piacere; e il Rettilineo, come si vede, rimane scemato per quattro porzioni eguali fra di loro, e ciascuna eguale al dato Triangolo Rettangolo, siccome si veniva a proporre (1).

PRO-

(1) Egli è assai manifesta cosa, che l'evidenza del Problema tutta dipende dall' intendimento dei triangoli, che hanno eguali altezze, ed una medesima base; e perciò coloro, che son vaghi d'intendere la dimostrazione del Problema, ritroveranno gli accennati triangoli, tirando delle linee rette, tanto nella figura del rettilineo, che del triangolo rettangolo. Come per esempio, se si abbia a mostrare essere il rettilineo A B Q G eguale al triangolo rettangolo H I K, bisogna tirare le linee in GL, ed N P. E caminando per la medesima via, ci verrà fatto anche di scemar dal rettilineo proposto una porzione, che sia eguale a qualsisia triangolo, rendendo eguale questo triangolo, o ottusiangolo, ovvero ocuziangolo che sia, all'un triangolo rettangolo; e ciò

## PROBLEMA XI.

*Far partire dal vertice dell'angolo, che nel Rettilineo è opposto alla base, tante linee rette, le quali dividano esso Rettilineo in quante parti eguali si vuole.*

Sia dato qualunque Rettilineo, e questo sia ABCDEFGH, (*Tav.XXIV. Num.XVII.*) conviene in prima tirare dal suo angolo D, che è opposto alla base A B, agli altri suoi angoli tante linee, quanti sono essi angoli, siccome è nel

---

e ciò verrà fatto, qualora il triangolo rettangolo abbia una medesima, o eguale base, e che conservi anche eguale altezza, come si vede in ambedue i triangoli *def*, *deg*. Ma se si vorrà partire il proposto rettilineo in porzioni eguali, senza che ne avanzi parte alcuna; egli è da ridurre in prima il rettilineo ad un triangolo, siccome già si è mostrato innanzi nel Problema IV. E ridotto che si sia ad un triangolo, bisogna partire esso triangolo in tanti eguali triangoli, per quante si vogliono le porzioni, in cui va diviso il proposto rettilineo; e operando in questa guisa, che altrove si mostrava al Problema VIII. del Capo VII. si avrà un triangolo, secondo il quale scemando il rettilineo, verrà fatto di scemarlo giustamente senza alcuno avanzo.

è nel propoſto Rettilineo la retta D F, DG, D H, D A, D B. Dipoi prolungata dall' una, e dall'altra parte, e con maniera indefinita la baſe A B, e ſimilmente prolungati i lati A H, H G, G F, ed altri, che vi foſſero da doverſi prolungare, ſi tirino alla parte eſterna del Rettilineo altrettante rette, quante ſono ſtate le linee, che dal vertice ſi ſono tirate agli angoli nella parte interna, le quali rette interſechino i lati prolungati, e che inſieme a qneſte ſieno parallele; ſiccome è la E I parallela alla D F, è ſimilmente la I K alla D G, la K L alla D H, la L M alla D A, e la C N alla D B. In appreſſo ſi divida la prolungata baſe in tante parti eguali, quante s'intende, che debba eſſer diviſa l'area del Rettilineo, e queſte parti ſi notino con numeri alla baſe. Sia ora nel propoſto Rettilineo diviſa la baſe in otto porzioni, e ſi tirino dal punto di ciaſcuna di eſſe tante rette; ma in un modo diverſo dal punto di quelle, che cadono nella baſe prolungata, e in al-

tro modo dal punto di quelle, le quali hanno luogo nella baſe non prolungata. Si tirino queſte dal punto delle diviſioni al vertice, come D 3, D 4, D 5, D 6; e le altre ſi tirino parallele alle parallele già tirate nella parte eſterna del Rettilineo, e ſeguendo l'eſtremità ſuperiore di eſſe, tante ſe ne tirino, perſinchè ſi giunge a interſecarne i lati, ove non ſono prolungati; ſiccome è O 2 parallela ad L M, P 1, ſimilmente parallela ad L M, e che non interſecando il Rettilineo in parte non prolungata, ſi tira dalla ſua eſtremità ſuperiore Q la retta P Q parallela a K L, e ſimilmente R 7 parallela a C N. E tirando dai punti, in cui queſte parallele ultimamente formate interſecano i lati del Rettilineo, al ſuo vertice altrettante rette, ſiccome ſono D O, D Q, D R, il Rettilineo, come ſi vede, rimane diviſo in otto parti eguali.

PROBLEMA XLI.

*Dividere un Rettilineo in porzioni eguali per via di linee, tirate à traverso di esso.*

Sia il Rettilineo A B C D E F; (*Tav.XXIV. Num.XVIII.*) il quale si voglia diviso in sei porzioni eguali, per traverso. Si tirino dall'angolo F, agli altri suoi angoli le rette F D, F C, F B. La base A B si prolunghi da una parte con maniera indefinita, e così i lati B C, C D, ed altri, che in Rettilineo di diversa forma si dovessero prolungare. Dall'angolo E si tiri la retta E G. parallela alla F D, e che intersechi il lato prolungato C D; e si tiri similmente la retta G H parallela alla F C, e che intersechi il lato B C prolungato, e la retta H I parallela alla F B, che intersechi la base prolungata; e parimente dal punto H si tiri H K parallela al lato del Rettilineo A F, e dal punto I la retta IL, parimente parallela al medesimo lato AF. Ora si divida il lato A F in sei parti eguali, come in

tante si è detto volersi divisa l'area del Rettilineo, e nella stessa guisa, e secondo il medesimo numero, si divida ancora la retta H K. Dal punto I per gli punti delle divisioni nella H K si facciano passare linee rette I M, I N, I O, I P, I Q. Si prolunghino quindi le rette EG, e G H fino alla retta I L; cosicchè la seghino nei punti L, ed R. Dal punto segnato 1 nel lato A F, si tiri la retta M 1. E perchè il punto N. non cade dentro al lato C D, si tiri perciò dal punto R per N la retta R N, la quale continuata segherà il lato C D in S; e così pure dal punto R sieno tirate le rette R O T, R P V; e dalli punti S, T, V si guidino ai punti 2, 3, 4, le rette S 2, T 3, V 4. E perchè la R Q X non cade sul lato D E, a cui si appartiene, si tiri perciò dal punto L, la retta L. X Y, la quale segherà il lato D E, in Y, dal cui punto tirata la Y 5, resta il Rettilineo ABCDEF diviso in sei porzioni eguali, come si era proposto di dover fare.

CA-

# CAPO XI.

## *Delle Figure Curvilinee .*

LE Figure , che ſi denominano Curvilinee , naſcendo o da una ſola curva ; ovvero da più curve unite inſieme a piacere , e ad arbitrio di chi ve le uniſce , ne avviene , che altre di eſſe portino il nome d'Irregolari , e che altre Regolari ſieno dette . Delle Irregolari , ſiccome quelle , che in tutto dipendono dall'arbitrio della perſona, cui piace di uſarle , non ci è nè richieſto , nè permeſſo di farne parola . Le Regolari poi altre ſono di forma Circolare , ed altre di forma Ellitica . Di quelle che ſono di forma Circolare , non ci biſogna ragionare , avendone già detto altrove quanto ſi conveniva ; e perciò ci rimane ſol tanto a dover qui trattare delle Curvilinee , che ſono di forma Ellittica . Le Curvilinee in forma Ellittiche , che ſi dicono anche Ovali , e che ſembrano un circolo ſchiac-

ciato, ſono di due maniere; l'una di eſſe ſi ſcema, e ſchiacciaſi più da una parte, di che ſi ſcemi dall'altra, come ſi vede in A; (*Tav.XXV. Num.I.*) l'altra poi ſi ſcema, e ſchiacciaſi egualmente dall'una parte, e dall'altra, come ſi vede in B; e perciò dei ſuoi due diametri, che paſſano pel centro B, l'uno è maggiore, ſiccome è C D, e l'altro è minore, ſiccome è EF. Preſa la metà del diametro CD, e fatta per tutta la ſua eſtenſione cadere dal punto E alla volta di C, e alla parte di D in modo, che coll'altra ſua eſtremità tocchi eſſa C D, ſi ſegna in G, ed in H due punti, i quali ſi dicono Centri, o Fuochi dell'Ellitica. (1)

PRO-

(1) Gli Architetti dell'antichità, per quanto ſi può raccogliere dai rottami delle fabbriche, che tuttavia ci rimangono, fecero nell' Architettura Civile uſo maſſimamente della forma Ovale, qualora inteſero a fabbricare Anfiteatri. E queſto perchè intendevano, che il ſuo eſſer bislungo preſtava aſſai di commodità ai giuochi dei Gladiatori, che a fargli s'introducevano nell'arena. Dai moderni Architetti

## PROBLEMA I.

*Deſcrivere la Figura Ellittica ſecondo la lunghezza, e larghezza, di due diametri dati.*

Sia dei due diametri dati AB (*Tav. XXV. Num. II.*) il maggiore, e C D ſia il minore, i quali nel punto E ſi ſegano ad angoli retti in mezzo. Ora coll' apertura di AE fatto centro in C, ſi tiri una curva, la quale interſechi il maggior diametro alla volta delle ſue due eſtremità, e ove caderanno queſte interſecazioni, ivi ſaranno i fuochi, ſiccome ſono in F, e in G. In ciaſcuno di queſti fuochi ſi fermi uno ſtile, o ago,

 ovve-

---

tetti poi ſi adopera nei Tempj, nelle Cuppole, nelle Scale, nelle Camere, nei Cortili, ed in ogni altro luogo, ove trovano tornargli al loro propoſito; ſiccome ſono talora le fineſtre, le nicchie da riporvi pitture, e ſculture, ed altre ſimili opere. E del buono effetto, che ſi produce da queſto loro operare deve eſſer cagione il romperſi nella forma Ovale l'egua-glianza dei raggi, che ſi hanno nella rotondità circolare; e che perciò non ſi rende alla viſta tanto gioconda, e aggradevole.

ovvero chiodo. E reſo un filo eguale al maggior diametro, e in modo che queſta eguaglianza non rimanga ſcemata da alcun nodo, che con eſſo filo ſi faccia in appreſſo, ſi leghino le ſue due eſtremità a ſeconda del piano dei fuochi agli ſtili, o aghi in eſſi fermati. E dipoi preſo il terzo ſtile H, il quale colla ſua punta ſia atto a ſegnare, o vi abbia materia, onde girato attorno poſſa tingere, e condotto con queſto il filo, già fermato ai fuochi, a qualunque parte, che più piaccia, e con mano franca, e ſpedita ſi giri infino a tanto, che torni al punto d'onde con eſſo ſi partì. E quindi rimarrà ſegnata una linea, la quale formerà la circonferenza della ricercata Elliſſi. (1) Queſta medeſima figu-

---

(1) Intorno al formare l'Elliſſi col filo ſi vuole avvertire eſſer bene, che degli achi F, G ne penda la teſta agli eſtremi del diametro AB; e che lo ſtile H abbia nella ſua teſta un incavo, proporzionato a ricevervi la groſſezza del filo, o cordicella; e ciò perchè girando, non poſſa queſta nè alzarſi, nè abbaſſarſi; e quindi alterare la forma dell'incominciata Elliſſi.

figura ſi può anche con ſpeditezza formare in queſt'altra maniera. Si pigli la riga I K, (*Tav. XXV. Num. III.*) la quale ſia la metà del maggior diametro L M, e che nel punto N ſia diviſa in modo, che K N corriſponda alla metà del minor diametro L O. Si abbia poi la ſquadra L M O, nella cui parte L O ſia nel mezzo un canaletto a coda di rondine, o di altra forma, che più piaccia, e dentro di eſſo venga collocato un pezzetto, o ſia anima, che nella forma ſia ſimile ad eſſo canaletto, e ſulla eſtremità eſterna dell' accennata anima ſi fermi, in modo però che poſſa girare, l'eſtremità I della pigliata riga. Ora addattata all' altra eſtremità della medeſima riga in K una punta, ovvero matita, e facendo in un medeſimo tempo ſcorrere il punto I pel canaletto L O, e il punto N per L M, ſegnarà la punta, ovvero matita la linea curva dell' Elliſſi; la quale ſi forma anche da mano, che ſia eſercitata,

colla ſola riga I K, ſenza farè alcun uſo della ſquadra. (1)

PRO-

---

(1) L'Elliſſi, e maſſimamente in piccolo, può formarſi anche ſenza adoperare alcuno degl'accennati iſtromenti, e ciò in queſta guiſa. Si prenda ſopra il diametro A B, *Tav. XXV. Num.IV.* e trai fuochi C D qualſivoglia punto, e queſto ſia in E, e cogli intervalli AE, e B E, fatto centro ne' fuochi C, e D, ſi hanno le quattro interſegazioni F, G, H, I, e facendo per queſte con mano franca, e ſpedita paſſare dall' una all'altra una curva, ne rimarrà formata l'Elliſſi. E a che ſe ſi richiedeſſero anche più interſegazioni, prendendo ſimilmente dentro il termine, che ſi è preſcritto, maggior numero di eſſe interſecazioni.

E perchè la figura Ellittica ha aſſai volte luogo nelle piante delle fabbriche; ci piace perciò quì di dire alcuna coſa ſu la diſpoſizione dei pilaſtri, e colonne, e balauſtri, che ſpeſſo in eſſa ſi allogano. Sia pertanto l'Elliſſi L M N O, *Tav. XIV. Num. V.* e già determinata la proporzione della groſſezza delle accennate coſe, biſogna, per collocarvele con giuſtezza tirare dentro la medeſima un altra Elliſſi P Q R S, e ciò in modo che ſia per ogni parte da quella egualmente diſtante, e che la diſtanza L P, o M Q capa la groſſezza degli accennati pilaſtri, e dei plinti alle baſi delle colonne. In appreſſo determinato anche il loro numero, ſi ſegneranno queſti, inſieme coi loro vani nel giro della prima Eliſſi, ſiccome è il pilaſtro T V, ed il vano VX, e così ſi ſa-

si farà di quanti si voglia altri in appresso. Dipoi colla stabilita ragione, e secondo il numero, che si è determinato, si segnano le medesime cose nella Ellissi minore, ed interna, come in *zy*, ed in *y a*; e tirate quindi le rette *Tz*, *Vy*, e *Xa*, si sarà formato un pilastro col suo vano; e nello stesso modo si formeranno tutti gli altri; le cui linee *Tz*, *Vy*, e *Xa* sembrerà. che tutte pieghino ai loro centri, comechè non vadano ad alcuno.

E come che nel costruire le scale a chiocciola di forma ellittica convenga di osservare la medesima ragione; nondimeno vi corre questa differenza, che l'anima di esse *b c* non è un Ellissi minore, la quale sia parallela colla maggiore *de*, ma è fatta secondo che richiede la vaghezza della forma, e il piacere dell'occhio. Il numero dei gradini poi deve essere con eguaglianza partito intorno all'anima *b c*, (*Tav.XXIV. Num.VI.*)e intorno all'Ellissi *d e*; e similmente la larghezza dei gradini *fg*, *g h*, *h i* non deve esser riportata sopra della curvità dell'Ellittica a linea diritta, ma secondo il piegare della stessa Ellissi. Ma perchè in questa tal sorta di scala convien massimamente guardare alla commodità del salire, la quale siccome altrove dicemmo, dipende dal prescrivere una giusta proporzione alla larghezza, e all'altezza dei gradini; perciò diciamo, che si trova fare assai bene in opera la proporzione, che qui si addita. Il diametro maggiore, cioè *d e* è di palmi $13\frac{2}{3}$, ed il minore *l m* è di palmi 10; il vano dell'anima *b c*, e per un lato palmi 3, e per l'altro palmi 1, ed ha all'intorno l'orlo di $\frac{2}{3}$ di palmo. In questa ampiezza si contano

se-

PROBLEMA II.

*Descrivere una curvilinea di forma ovale.*

Perchè la curvilinea di forma ovale può nascere da due, o dà tre circoli; perciò volendo che nasca da due circoli, si opera in questa maniera. Il maggior diametro dell'ovato da farsi, che vien rappresentato da A B, (*Tav. XXVI. Num. VII.*) si divida in tre parti eguali, le quali sono A C, C D, D B; e presi per centri i punti C, e D, si debbono descrivere coll' intervallo C D due circoli, i quali scambievolmente verranno ad intersegarsi in E, ed F. Da queste intersegazioni sieno per gli centri C, e D tirate due rette linee alle opposte circonferenze nei punti G, H, I, K; e quindi fatto centro in E; ed F, e descrit-

---

sedici gradini in giro, e l'altezza dei gradini non è chi $\frac{2}{3}$ di palmo. Le quali misure danno una commoda, e bastante altezza al continuo salire della scala.

ſcritte coll' intervallo E G le curve G H, IK, daranno queſte l' intera forma della figura curvilinea ovale, che naſce da due circoli. Qualora poi ſi voglia, che la medeſima naſca da tre circoli, conviene operare in queſt'altra guiſa. Sia diviſo il maggior diametro L M in quattro parti eguali, e deſcritti i tre circoli coll'intervallo di una di eſſe parti, e tirata N O a ſquadro con L M, ſi facciano dai punti N, ed O, paſſare per gli centri dei circoli linee rette, le quali vadano a terminare nei punti P, Q, R, S; e deſcritte coi centri N, ed O, e coll' intervallo N P le curve P Q, ed R S, producono queſte tutta la forma della figura curvilinea ovale, che naſce da tre circoli. (1)

PRO-

(4) Nell'Ovato di due, e di tre circoli accadendo di diſporvi dei pilaſtri, e delle colonne, ſi vuol guardare, che le direzioni delle linee tanto dei pilaſtri, che dei plinti, che ſono ſu la curva H K, (*Tav. XXVI. Num. VIII.*) vanno al centro D; che quelle, che ſono ſu la I K, vanno al centro F, e così quelle della G L al centro C; e quelle della G H al centro E. Si poſſo-

### PROBLEMA III.

*Descrivere con quattro centri una figura ovale, di cui sia dato tanto il maggiore, che il minor diametro.*

Sieno i due dati diametri A B, e C D, (*Tav XXVI. Num. IX.*) i quali si seghino ad angoli retti nel mezzo in E. Si tagli A F eguale al minor semidiametro C E; e si divida F E in tre parti eguali; e a queste si aggiunga la quarta F G, che sia eguale ad una delle tre già accennate. Si faccia E H, eguale ad E G, e preso il centro G, ed H, si descrivano coll' intervallo G A le curve I K ed L M. E quindi fatto centro in A, ed in B si taglino collo stesso intervallo queste medesime curve nelle intersegazioni I, K, L, ed M. Si faccia dipoi dal punto I passare pel punto G la retta I G, la quale si continui in N, infino che giunga al diametro

---

sono poi con questi medesimi quattro centri C, D, E, F, descrivere tanto dentro, che fuori al dato, ovvero quante altre figure ovali si vorranno, le quali al medesimo sieno parallele.

tro C D; e qualora usciſſe al diſotto del punto D, ſi continui ſimilmente lo steſſo diametro, inſino che ſi abbia l'intersegazione in N. Si tagli per ultimo E O eguale ad E N, e fatto centro in N, ed in O coll'intervallo I N, ſi deſcriveranno le curve I L, e K M, le quali, eſſendo con eſattezza condotta l'operazione, paſſeranno nei punti C, D, che ſono la eſtremità del minor diametro, e quindi ſarà con quattro centri G, H, N, ed O deſcritta la figura ovale A I C L B M D K, di cui tanto il maggior diametro, che il minore ſono dati. (1)

PRO-

(1) Se allogando le parti di una pianta di Architettura dentro figura ovale, che ſia di due, o di tre circoli, fu preſcritto, che ſi doveſſero condurre a quattro centri; queſto medeſimo è ſenza fallo, da doverſi molto più fare nella figura ovale, che ora ſi è propoſta, la quale deve avere i quattro centri G,H,N, ed O. La diſpoſizione però delle parti dell'Architettura nella figura ovale, avrà il pregio di eſſere più artifizioſa, ſe poſto l'ovato A B, (*Tav.XVI. Num.X*) e partite nella ſua circonferenza le larghezze dei pilaſtri, e dei vani, ſi farà, che ſull'

## PROBLEMA IV.

*Costruire una figura ovale dentro di un Quadrilungo dato.*

Il Quadrilungo dato sia A B C D, (*Tav.XXVII. Num.XI.*) e ciascun lato sia pure partito per metà nei punti E, F, G, H. Ciascuna di queste metà si divida in parti eguali, per quante ne piacerà, e che per ora sieno quattro, come si vede in D E, e DH, e nei numeri 1, 2, 3, 4. E tirate dipoi le rette da 1, a 1, da 2, a 2, da 3, a 3, e da 4, a 4, le loro intersegazioni interne accennano nei punti 5, 6, e 7 la parte, per cui sia da condurre a mano la curva dell'ovato, il quale rimarrà in-

---

sull'estremità del maggior diametro A B vi cada un pilastro, e che su quelle del minore C D vi cada un vano. Ciò fatto, si alzi sopra la linea, e larghezza del vano G H la perpendicolare EF, e questa medesima si alzi in ogni altro vano, che vi sia; e dipoi le linee dei fianchi dei vani sieno tirate parallele alle loro perpendicolari. E avendo, senza che si stia a dire, le fronti dei pilastri, e dei plinti delle basi la curvità dell'ovato, di cui ne seguitano la linea, si rende questa disposizione vaga, e insieme artifiziosa.

interamente formato, replicando la medesima operazione in ciascuna delle quattro parti, in cui è stato diviso il Quadrilungo. (1)

### PROBLEMA V.

*Data una figura ovale, trovarne il punto di mezzo, e tirarne i suoi diametri.*

Data a piacere la figura ovale A G B D L H C K, (*Tav. XXVII. Num. XII.*) si tirino per essa le due linee A B, e C D in guisa, che tra di loro sieno parallele; e queste sieno divise per mezzo in E, ed F. Si tiri per questi punti la retta

ta

(1) Avviene talora in pratica, che si debba disegnare figura ovale in parte, ove le mura vicine, o altro impedimento non permettono il poterne trovare i centri; e perciò si conviene allora di formare in luogo ben ampio una centina di tavole, la quale rinchiuda almeno la quarta parte dell'ampiezza dell'ovale, che si deve segnare; e questa medesima quarta parte ridotta anche in minori parti, se, o il commodo, o la necessità lo richieggono; e che poi tutte insieme unite nel sito della fabbrica, mostreranno certamente la maniera la più giusta, la più esatta, onde poter formare in tal caso la figura ovale.

rá G H, e questa parimente si parta per mezzo in I; e questo punto in I sarà il mezzo della figura ovale. Ora fatto centro in esso punto, si segneranno ad eguale intervallo sulla curva dell' ovato le due intersecazioni K, L, e di nuovo fatto centro in queste intersecazioni, e similmente ad eguale intervallo, si segni l'intersegazione M. Si tiri poi la retta I M, la quale sarà uno dei diametri; e per ultimo fatta passare pel punto I, e ad angoli retti con I M la retta N O, sarà questa l'altro diametro della proposta figura ovale.

### PROBLEMA VI.

*Misurare l'area di una data figura ovale.*

La data figura ovale sia A C B D, (*Tav.XXVII. Num.XIII.*) dentro di cui si tirino i diametri A B, C D; e coll' intervallo del semidiametro D E sia descritto il circolo C F D. Lo spazio F B si divida per mezzo in G, che moltiplicata la quantità E G, per l' altra della metà della circonferenza del circolo forma-

mata col raggio E G, ne produce la quantità dell'area, che ſi cercava. (1)

### PROBLEMA VII.

*Deſcrivere una figura ovale la quale ſcema da una parte.*

Si deſcriva il circolo A B C, (*Tav. XXVII. Num. XIV.*) e tirato il diametro A C, ſi alzi ad angoli retti il raggio DE. Si tirino con maniera indefinita le rette A E, C E, e fatto centro in A, ed in C, ſi deſcrivano coll'intervallo A C le curve C G, e A F. E fatto parimente centro in E, ſi deſcriva coll'intervallo E F la curva F H G, la quale viene a terminare la punta della figura ovale, che ſcema da una parte. (2)

CA-

---

(1) La figura ovale A C B D è media proporzionale tra il circolo formato, col maggior diametro A B, e l'altro circolo deſcritto col minore C D.

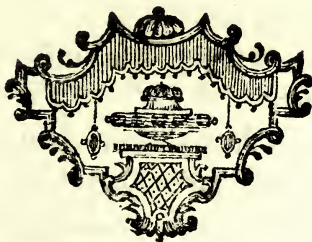
(2) La figura ovale, che ſcema da una parte, ſi può anche formare in queſta guiſa. Sia deſcritto il Trapezio A B C D, *Tav.* (*XXVII Num. XV.*) il cui lato A D ſia di quattro parti eguali, e l'oppoſto B C ſia di due, e la perpendicolare E F

E F sia divisa in parti tre. Dai punti B, e C sieno tirate due rette linee, che sieno parallele ad E F; e similmente per gli punti 1, e 2 sieno tirate altre due linee, le quali sieno parallele ad A D. Fatto centro nel punto 1, e coll'intervallo A 1 descrivasi la curva, che corre tra A, e D; e fatto centro nel punto 2, si descriva coll'intervallo B2 la curva, che passa tra B, e C. E per ultimo fatto centro nei punti 3, e 4, si descriveranno coll'intervallo 3D, e 4A le curve AB, e DC, le quali terminano la figura ovale, che si forma per mezzo di un trapezio, secondo che si è prescritto.

Qualora poi si volesse, che questa sorta di figura ovale fosse di forma più lunga, si opera in questa maniera. Si tirino in croce le due rette linee AB, e CD; (*Tav.XXVII. Num.XVI.*) e la retta AB, si divida in dieci parti eguali, e la CD sia partita in sette, e in modo che due di queste rimangano sopra l'AB, e cinque sieno di sotto ad essa. Fatto centro nell'incrociare delle due rette, e coll'intervallo delle due parti, che sono sopra A B si descriva il semicircolo E C F. Dai punti G, ed H si tirino le rette G I, e H K, le quali sieno parallele a C D. Fatto centro in A, ed in B si descrivano coll'intervallo AF le curve FK, ed EI; le quali segheranno le parallele tirate in I, ed in K. E fatto poi centro nel punto L, che è alla terza divisione che si trova sotto A B nella retta C D, si formi coll'intervallo L I la curva I K; e sarà quindi terminata questa sorta di figura ovale.

Queste maniere di forme ovali non hanno luogo nell'Architettura civile, che in alcuni ornamenti, i quali sono anche perciò dinominati Ovoli. L'antichità faceva uso assai volte di tal forma nel costruire dei vasi di creta, e di

al-

altre materie. Accade però alla pittura di farne assai spesso uso; perocchè la testa dell'uomo, tanto guardata di faccia, che di profilo deve essere circoscritta dentro di una di queste forme ovali. E similmente da tali forme non si allontana il tutto insieme del torzo dell'uomo; perocchè cominciando il girare dell'ovato, ove entrano i muscoli del collo in M, ed in N, (*Tav XXVII. Num. XVII.*) indi passa sotto le ascelle in O, e P, e piegando alquanto all'incominciare dei fianchi in Q, ed R, va colla sua punta a terminare sotto del pettignone in S.

# CAPO XII.

## *Delle Figure Miſtilinee*.

LE Figure Miſtilinee, ſiccome già altrove ſi accennava, quelle ſono, che ſi compongono di linee rette, ed inſieme di curve. Nel numero di queſte ſi debbono contare non pure quelle, che procedono dal Circolo, e dall'Elliſſi, ma anche quelle, che ſon chiamate dai Matematici col nome di Parabola, d'Iperbole, di Concoide, di Cicloide, ed altre molte, di cui eglino ragionano. E perciò da noi, ſenza che ſi poſſa parlar punto di quelle, che dipendono dall'arbitrio, e dal capriccio di coloro, che le introducono nelle opere diciamo, che in quelle, le quali naſcono dal circolo, egli è maſſimamente da conſiderare il Settore, e la Porzione. Il Settore pertanto del circolo è una figura miſtilinea, perchè riſulta da due raggi, tirati dentro di eſ-

ſo

ſo circolo, e una parte della circonferenza, la quale vien compreſa tra quei medeſimi due raggi, che ſi denomina Arco; ſiccome rappreſenta la figura A B C, ( *Tav XXVIII. Num. I* ) La Porzione del circolo ſi ha, qualora ſi tira per eſſo, ſenza però che pa ſi pel ſuo centro, una linea, la quale ſi chiama Corda, e che va coi ſuoi eſtremi a toccare la circonferenza; e quindi anche ne avviene, che altra ſi dica Porzione Maggiore, ed altra Minore del circolo; come ſi vede in D E F, e DGE. Le curve D F E, e D G E ſono dinominate Archi; e ſe nel mezzo della corda D E cada la perpendicolare H G, queſta ſi chiama Saetta. I Settori poi ſi dicono Simili, qualora formano al centro del circolo un medeſimo angolo; ſiccome ſono A B C, e *a b* C. E parimente le Porzioni ſi appellano ſimili, ſe gli angoli, formati da due rette, che ſono tirate dagli eſtremi delle corde ad alcun punto dell' arco, ſono tra di loro eguali, come

ſi ſcorge negli angoli I L K, ed M O N. (1)

## PROBLEMA I.

*Deſcrivere un Settore ſimile ad un dato Settore.*

Il dato Settore ſia A B C. (*Tav. XXVIII. Num.II.*) Si coſtruiſca l'angolo D E F eguale all'angolo A B C, e ſe-

(1) Le Figure Miſtilinee hanno certamente luogo nell'Architettura civile, e qualora vi ſono adoperate con ragione, vi producono effetto aſſai vago, e grazioſo. Si ha poi giuſta ragione d' introdurvele, ove l'arte richiede, che ſi rompa il ſoverchio lungo corſo della linea retta; e in queſto è di neceſſità, che l'Architetto ſi addatti al genio, al carattere, all' uſo, ed al commodo dell'edifizio, che egli ha tra le mani, ſiccome appoco appoco qui appreſſo ſi anderà diviſando. Ogni uomo, che con ſaviezza ſenta alquanto avanti nelle materie di Architettura, altamente deplora l'abuſo, che da taluni ſi è preſo a fare delle curve, introducendole nelle loro opere ſenza alcun' altra ragione, che quella del proprio capriccio, e moſſi dalla vana, e ſciocca perſuaſione di tener dietro alla maniera di qualche valentuomo, la quale nel proprio genere ha il ſuo gran merito; ma che da loro, per ignoranza dei veri principj dell'arte, eſſendo male conoſciuta; e vieppeggio inteſa, gli conduce a produrre forme oltremodo diſgradevoli, e moſtri di Architettura.

ſecondo che il Settore ſi voglia grande, ſi tagli anche il lato E D. Fatto poi centro in E ſi deſcriva coll' intervallo D E la curva D F; e quindi ne rimane formato il Settore D E F ſimile al dato Settore A B C. (1)

PRO-

(1) Il Settore, comechè non abbia luogo nelle forme degli edifizj; vien tuttavia aſſai ſovente adoperato, per formare le curve delle modinature, di cui l'Architettura aſſai volte fa uſo, ſiccome ſono le Gole, gli Abachi dei capitelli, le Canellature Doriche, e i Fronteſpizj rotondi. Le Gole, che ſono di una mediocre incavatura, ſi formano per mezzo di due ſettori, i quali debbono eſſer collocati l'uno a ſeconda dell'altro, ma in modo che i loro archi ſieno a parti oppoſte, ſiccome ſono i due Settori ABC, e CDE, (*Tav XXVIII. Num.III.*) e che abbiano eguali le corde A C, e C E, e che ſieno un della medeſima retta linea A C E, e che i loro triangoli A B C, e C D E ſieno equilateri. Dove poi queſte Gole ſi voleſſero più incavare, e che rendeſſero una gonfiezza maggiore, ſi adoperano a luogo degli equilateri, i triangoli iſoſceli; ſiccome ſono FGH, ed HIK. E ſimilmente le quattro curvità dell' Abaco nei capitelli Gionj, Corintj, e Compoſti ſi formano per mezzo di un ſettore, il cui triangolo ſia equilatere, come ſi vede in L M N. E in che ſi vuole anche oſſervare, che il più delle volte i quattro angoli dell'Abaco L,

 N, O,

PROBLEMA II.

*Descrivere sopra una data Corda una porzione, che sia simile ad un'altra data porzione.*

La porzione data sia A B C, ( *Tav. XXIX. Num.IV.* ) e la data corda, sopra cui si vuole descrivere una porzione, o arco simile ad A B C, sia D E. Si prenda nell'arco A B C a piacere il punto B, e si tirino le rette A B, e B C. Sopra la corda D E, si descriva il triangolo D E F, che sia simile al triangolo ABC. (*a*) Per gli tre punti D, F, E, si faccia passare l'arco D F E; (*b*) e questo rinchiuderà la porzione simile alla data A B C, che si vo-

N, O, P, che corna anche si dicono, debbono corrispondere agli angoli del plinto nella base, il quale quì si dimostra pel quadrato L N O P. I Frontispizj poi Rotondi, che si collocano sopra delle porte, delle finestre, e delle nicchie, seguono questa regola; che divisa cioè la lunghezza Q R in quattro parti eguali, debba una delle medesime essere per l'altezza S T.

(a) Pag.90. (b) Pag.40.

ſi voleva deſcri vere ſopra la data corda D E. (1)

PRO-

(1) La Porzione del circolo è la forma, che più di ogni altra ſi confà ai Teatri; conciosiachè la parte dell'arco A B C, (*Tav. XXIX. Num.V.*) ſerve aſſai bene per collocarvi nei loro ſedili gli ſpettatori, i quali, in qualunque punto A, B, C ſi ſtieno, veggono con angolo eguale, e quindi pure, ſecondo i principj dell' Ottica, eguali appariſcono gli oggetti, che ſono alla parte della corda D E; e a cui perciò anche ne avviene, che ſia da coſtruire la ſcena e il Pulpito, che da noi ſi dice Palco.

I Teatri, ſecondo che ne ſcrive Vitruvio, furono di due forme; delle quali l'una ſi dinominava Latina, e l'altra Greca. La forma Latina ſi coſtruiva in queſta maniera. Formato il circolo F G H, (*Tav.XXIX. Num.V.*) che rappreſentava l'ampiezza del fondo del Teatro; e deſcritto dentro a queſto medeſimo circolo il triangolo equilatere F G H, alla parte del lato F G, era da porre la ſcena. E tirata pel centro I la retta K L parallela ad F G, ſi preſcriveva con quella il termine al Pulpito, o foſſe Proſcenio; in cui dovendo nella forma latina aver luogo non ſolo gli attori, ma anche i ſonatori, e i Ballerini, era perciò richieſto, che foſſe più ampio, di che lo dimandaſſe la forma Greca. La porzione poi K H L tutta ſi deſtinava all'Orcheſtra, che ſogliono dinominar Platea, e in cui ſi collocavano le ſedie per gli Senatori, e ſimilmente intorno all'arco K H L ſi coſtruivano i gradi, che ſi accennano coi cir-

coli, che vi ſon tirati all' intorno per darvi luogo agli altri ſpettatori. La forma poi del Teatro alla maniera dei Greci ſi coſtruiva a queſto modo. Deſcritto il circolo M N O, il quale rappreſenta l'ampiezza del fondo del Teatro, e formatevi per entro il quadrato M O, ſi faceva, che il ſuo lato M N foſſe il termine del Pulpito, il quale appreſſo dei Greci era più anguſto di che foſſe trai Latini, perchè quegli non vi davan luogo, che agli Attori. Tirata per l'eſtremità del circolo la tangente P Q parallela ad M N, ſerviva a luogo della ſcena. E pel centro R tirato il diametro S T, parallelo ad M N, e fatto centro in S, ed in T ſi deſcriveva coll' intervallo del medeſimo diametro gli archi T V, ed S X, i quali archi hanno il loro termine al lato M N prolungato. E tutta la porzione X S O T V rimaneva deſtinata all'Orcheſtra, o foſſe Platea; la quale trai Greci ſi dovea tener più ampia di che l'uſaſſero i Latini, perchè eglino allogavano in queſta i Sonatori, e vi facevan fare i balli, e quanto altro richiedeva l'azione, che ſi rappreſentava; nè perciò in eſſa ſedevano le perſone di alto affare.

Oltre a queſte due forme di Teatri l'antichità, al raccontare di Plinio, ne vide anche una terza, la quale ſi fece in Roma coſtruire da Curione, ſcorgendo di non potere in magnificenza ſuperare il maeſtoſo Teatro fatto già fabbricare da M. Scauro. Queſta terza forma di Teatro, che fu già tutta di legno, ebbe queſto di ſingolare, che potea ſervire all' uſo di Anfiteatro, ed anche a quello di due Teatri, eſſendo le loro ſcene, e pulpiti da doverſi levare, e porre, qualora le parti curve di eſſe erano ſtate girate in modo, che l'una ri-

ma-

PROBLEMA III.

*Descrivere una Parabola.*

Si tiri la retta A B, (*Tav. XXX. Num. VIII.*) la quale porta nella Parabola il nome di asse; e pel punto B si tiri a squa-

---

maneva posta di contro all' altra. Ora questo supposto, tutto l'artificio di una tal machina si riduce a trovare la maniera onde con facilità si potesse acconciare ai due accennati usi. Siano adunque i due Teatri congiunti insieme Y Z *a*, ed Y *b a*, (*Tav. XXX. Num VI.*) e tirato il diametro *b* Z facciasi coll' intervallo *b c* centro in Z, e in *b*, e descrivansi gli archi *d c e*, ed *f c g*, e di questi archi divise per mezzo le parti *d b*, e *g i* nei punti *k*, ed *l*, saranno questi i luoghi, ove fermare i perni intorno a cui la proposta machina, sostenuta già da convenevoli ruotoli, o sieno curli, agirandosi, potrà passare dall'uso di Anfiteatro, a quello di due Teatri come in *m*.

La forma poi dei Teatri; che modernamente si usa, la più vaga, e la migliore è la quì segnata *n o p q r*. (*Tav. XXX. Num. VII.*) Perchè la porzione *o p q*, che è al fondo del Teatro viene a rappresentare la metà dell'Ellissi; e nei punti *s*, *t* si hanno i centri, ove si piantano le feste, per formare le curve *n o*, ed *r q*, le quali toccando la linea *n r*, pongono il termine al Proscenio. Il punto poi segnato *v*, che è il fuoco dell'Ellissi, sarà il luogo a cui si conducono come ad un centro le linee dei palchetti, perchè si stieno per quanto si può a guardare di facciata la scena.

a ſquadro con eſſa A B l'altra retta C D, che ſi dinomina Ordinata. E determinata in C B la larghezza, di cui ſi vuole, che ſia la Parabola, che s' intende di coſtruire, ſi tiri la retta A C. Nel punto C ſi alzi la perpendicolare C E, la quale ſegherà in alcun punto la continuata A B; e che perciò rimane ſegata in E; e da B E ſi coſtituiſce quella parte, a cui vien dato il nome di Parametro, o ſia di miſura. Diviſo il Parametro B E in quattro parti eguali, una di eſſe ſi porti ſu dell'Aſſe da A, in F; al qual punto F ſi dà il nome di Fuoco della Parabola. Abbiaſi in mano la ſquadra G H, e con eſſa ſi ponga la riga I K a ſquadro con l'Aſſe A B; ma in modo, che tra la ſommità di queſto, e della riga vi ſia lo ſpazio di un' altra porzione del Parametro; e ſi abbia ſimilmente un filo, il quale corriſponda all'eſtenſione di A B, e di A F, preſa inſieme, e che ſia in uno dei ſuoi capi armato di uno ſtilo, il quale

ſi fer-

si fermerà nel Fuoco, e l'altro capo si adatterà alla volta dell'estremità della squadra in H, senza che resti in niuna guisa scemata la sua già stabilita misura. Accostata pertanto la squadra HL all'asse AB, e guidato con altro stilo, atto a segnare, il filo alla sommità dell'Asse in A, si spinga appoco, appoco, e sempre a seconda della riga la squadra alla parte di K; che intanto seguitando coll'accennato stilo a segnare, tenendo dietro al filo per fino che si giunga in D, ne rimarrà formata la curva AGD, e tirata nell'istessa maniera un' altra simile curva dalla parte di AC, ne rimarrà descritta la Parabola CAD.

La descrizione della Parabola può anche esser fatta in questa guisa. Dato l'asse MN, (*Tav.XXX. Num.IX.*) e pel punto M, ove si suppone volersi, che sia il vertice della Parabola, tirata ad angoli retti all'istesso asse la retta OP, si faccia centro nel punto M, e con intervallo a piacere descrivasi un circolo,

alla cui circonferenza in Q si prolunghi il dato asse. E seguitando a far centro su del medesimo asse, sieno descritti altri maggiori circoli, e quanti se ne vogliono; ma in modo che la circonferenza di tutti passi pel punto Q. Questi circoli segheranno la retta O P nei punti 1, 2, 3, e 4. Dai quali punti tirando delle perpendicolari ad essa O P, segheranno queste le tangenti, le quali si tireranno ai punti 5, 6, 7, e 8, e fatta passare per queste intersegazioni una curva rimarrà similmente descritta la figura della Parabola. (1)

PRO-

---

(1) L'operazione, che si è in questo Problema insegnata, mostra non pure la maniera, onde saper descrivere la Parabola; ma anche il modo, per cui si trovi una terza proporzionale a due rette già date; perocchè la retta BE, o sia Parametro della Parabola è la terza proporzionale ad A B, e B C. Oltre di che l'Architettura civile, guardando negli effetti di altre cose, siccome sono il corso, che tiene una bomba. prima che giunga al suo scopo, e l'acqua, che con forza esce da fistola; le quali cose descrivono sempre il corso di una Parabola; ne raccoglie per se utilissimo ammaestramento

## PROBLEMA IV.

*Dato l'Asse, e l'Ordinata, e una, o più Ordinate a piacere, trovare i punti, per cui in queste deve passare la Linea Parabolica.*

Il dato asse sia A B, (*Tav. XXX. Num.X.*) è la sua Ordinata C D, ed a piacere sia anche data l'altra Ordinata E F, in cui si vogliono trovare i punti, per cui deve passare la Linea Parabolica. Tirata perciò l'A C, o sia C G la metà dell'ampiezza della Parabola, e trovato il Parametro B G, si riporti da H ad I la distanza del Parametro B G; e si divida A I per mezzo in K. E fatto centro in K, e descritto coll'intervallo K I il semicircolo A F I, si avrà

mento nell'unione delle parti, le quali compongono gli alzati dei suoi edifizj. E di vero, secondochè si farà anche più chiaro in appresso, i colonnati, i vani di un' edifizio, le torri, le cuppole, ed altre parti che ne compongono l'insieme, non hanno nè buona forma, nè grazia, nè quel bell'effetto, che si veggono avere, qualora sono stati disposti in modo, che vengono ad avere l'intendimento di una linea parabolica.

si avrà in E F, il punto F, per cui deve passare la Linea Parabolica. E tagliata K E eguale a K F, si avrà l'altro punto E, per cui essa deve passare. Allo stesso modo si praticherà, se vi fossero più altre Ordinate, le quali fossero date a piacere, guardando di riportare il Paramento sempre al punto, in cui esse segano l'Asse. (1)

PRO-

(1) Quì davanti si è accennato, che l'intendimento della Linea Parabolica porta assai di bellezza alle opere dell'Architettura, e si è promesso di venir in appresso dimostrando appoco appoco, come ciò avvenga. E perciò diciamo, che la costruzione di questo Problema ci presenta la maniera onde poter ben regolare con leggiadria, e le parti, e il tutto insieme di qualunque ornamento dell'Architettura, ove sappiasi far buon uso della costruzione della Parabola, allogando debitamente, e secondo che richieggono le opere dell' Architettura, quella Ordinata, che nella Parabola si è detto allogarsi a piacere. Da quanto si è finora proposto, egli è assai agevole, e piano l'intendere, che nell'esempio recato della Parabola si trovano cinque punti; e che due di essi sono all'estremità dell'Ordinata, che è al piede, e nascimento di essa Parabola; e che due altre si veggono similmente all' estremità dell'Ordinata a piacere; e che il quinto si scorge alla cima,

ma, e termine della medesima Parabola. Qualora l'Architetto siasi proposta quell'ampiezza, e quell'altezza, che secondo una buona proporzione si conviene alla sua opera, non gli bisogna, nè d'industria, nè di perspicacia, perchè questa si stia, e corra su dei due punti dell' Ordinata al piede della Parabola, e per quello del termine della medesima; ma questa soltanto gli è richiesta nell' investigare il luogo, ove l'Architettura richiegga di necessità gli altri due, che nella Parabola si è detto essere a piacere. Questi due punti pertanto si allogheranno dall'Architetto sopra di una medesima retta, o sia Ordinata, la quale egli deve sempre intendere essere allogata in quella parte dell'Architettura, ove essa dimanda allegerimento, e che si ottiene col dirompere la retta linea, che ivi s'incontra, o sia col fare ivi cadere con delicatezza, e con grazia di quegli ornamenti, che assai feriscono l'occhio E ciò si vuole intendere dover aver luogo, tanto nelle Parabole delle parti di essa Architettura, che in quella del tutto. Tra le opere dell'Antichità avressimo tuttavia di quanto fin'ora siam venuti dicendo, assai chiaro esempio sotto degli occhi in uno de' maggiori Cappelloni di questo Panteon, se la persona, a cui venne confidata la cura del ristauro, che gli fu dato in questi ultimi anni, stimando forse di avanzare in sapere l'antico Architetto, non lo avesse deformato; e perciò tanto più ci sentiamo esser stimolati a doverne col proporne, quale n'era la simmetria, conservare la memoria. Per conoscere che il tutto, e le parti di tali Cappelloni venivano regolati dall'andamento delle proprie loro Parabole, altro non è richiesto, che di fermarvi il guardo sopra. La Parabola dell'Inter-

co-

PROBLEMA V.

*Descrivere una Iperbole.*

Si tiri la retta A B, (*Tav. XXXI. Num. XII.*) e sia C D l'Asse, cui danno il nome di Asse traverso; e sia similmente D E la distanza, che corre tra il Fuoco E, e tra D vertice dell'Iperbole. Facciasi A C eguale a D E, e nei

---

colunnio minore, che n'è una delle parti, partendo dall'Imoscapo della colonna, e del pilastro A, e B, (*Tav XXXI. Num. XI*) e passando per gli punti C, D, che sono le estremità dell'ordinata a piacere, e ove le corna degli abachi dei Capitelli toccano al di sotto dell'architrave, doveva al modiglione della cornice, il quale veniva a cadere nel mezzo di esso Intercolunnio, il suo vertice nel punto E. Nella stessa guisa la Parabola dell' Intercolunnio maggiore, che n'è l'altra parte, nasceva all' Imoscapo delle colonne in F, G, e passando per H, I, ove si suppone l'ordinata a piacere; e vi posavano gli stipiti di una finestra collocata sopra il basamento di un piccolo Attico, aveva il suo vertice in K sotto l'architrave della medesima finestra. E per ultimo l'ornamento del tutto insieme dello stesso Cappellone girava dentro ai punti della Parabola, che incominciava al piantare dei pilastri in L, ed M; e passando in N, ed O, al posare dei pilastri dell' accennato piccolo Attico, ove pure si suppone l'ordinata a piacere, aveva il suo vertice in P sopra la cornice del nominato Attico.

nei punti A, ed E, che sono i due Fuochi, richiesti a formare l'Iperbole, si fermi in ciascuno uno stilo. A quello che è posto nel fuoco E, si leghi un capo del filo E F G, ed all'altro che è posto nel fuoco A, si addatti la sommità della riga A G in modo, che vi si possa girare intorno; e fatta combaciare la riga alla linea AB, e guidato il filo con altro stilo F, atto a segnare, al punto D, si fermerà l'altro capo del filo alla volta dell'estremità della riga in G. E tenendo dietro coll'accennato stilo al girare della riga, per fino che si giunga in G, ne rimarrà descritta la metà dell'Iperbole D F H, la quale rimarrà interamente formata replicando nell' istessa maniera un'altra simile curva dalla parte opposta.

Questa medesima Iperbole si può anche formare con ogni speditezza in quest'altra maniera. Sia tirata a piacere una retta linea I K nel mezzo di cui si eriga la perpendicolare L M, ed in questa si prenda parimente a piacere un pun-

punto N, ove fatto centro, si formi coll'intervallo N M il circolo L O M. E dal centro N al punto I si tiri la retta I N; e si tirino ancora dal medesimo centro quante altre linee si vogliono infino alla retta I M; e queste sieno N P, ed N Q. In appresso nelli punti I, P, Q si erighino le perpendicolari I R, P S, e Q T; e dipoi resa eguale la perpendicolare I R alla retta I O, e la perpendicolare P S alla P V, e l'altra perpendicolare Q T alla Q X, si condurrà per ultimo per gli punti R, S, T, M una curva; e tirata nell' istessa maniera un'altra simile curva dalla parte di M Z, ne rimarrà descritta l'Iperbole R M Z. (1) PRO-

(1) A por termine all'ornamento di un'edifizio, e a regolare con speditezza la pianta del medesimo, che è quel tanto, di cui ci rimaneva a mostrarne alcuna regola, l'uso dell'Iperbole ce ne apre assai piana la via; e come che l'uno, e l'altra dimandano il colpo d'occhio di un' effetto, che renda il grande, ed il maestoso, la linea Iperbolica a questo ne conduce. Ed in vero, per quanto da noi si è fatta osservazione nelle piante de' Tempj, de' Portici, delle scale a chiocciola, e de' finimenti, e ter-

PROBLEMA VI.

*Data l'ampiezza della base d'un' Iperbole, e l'altezza a piacere, trovavare, i punti, per cui deve passare la Linea Iperbolica.*

La base data sia A B, (*Tav. XXXII. Num. XIII.*) e la sua altezza C D. Tanto nel punto A, che nel punto B si alzino le perpendicolari A E, E F, e si prolunghino in modo, che dal punto D vi cadano le rette D E, e D F, in guisa che abbiano a rimanere eguali alle medesime perpendicolari. Tirata dipoi la retta E F, su di cui a piacere si facciano cadere altre perpendicolari, come G H, I K, le quali sieno rese eguali alle distanze D G, e D I; e si avranno i punti H, K, per cui

---

e termini delle Porte, e delle Facciate, degli edifizj, e di assai altre somiglianti cose, non hanno leggerezza, grazia, e magnificenza, se le parti, che ne compongono l'insieme non seguano il corso di una linea Iperbolica; e di questo, in appresso si farà più chiaro con gli esempj.

cui dovrà passare la linea Iperbolica A H D K B. (1)

PRO-

(1) Il Problema ci mostra la via assai piana, e spedita per ritrovare i punti della linea Iperbolica, come poco innnazi si diceva, nelle opere dell'Architettura, e trattandosi di usarne nel comporre insieme i termini delle fabbriche, e di altro ornamento, vi si trovano parimente cinque punti, e che due di essi, già s'intende, che si stanno all'estremità, o base dell'Iperbole, uno è al vertice, e gli altri due sopra una medesima retta linea a piacere si allogano in quella maniera, che si diceva allogarsi i punti dell'ordinata a piacere nella Parabola. Ce ne vien conservato, di quanto si proponeva, nel libro delle antichità sepolchrali dei Nasoni un esempio assai chiaro, e assai semplice. In questo le parti che si uniscono insieme al termine, e frontespizio son regolate dall'andamento della linea Iperbolica, perchè partendo dalle estremità A B (*Tav. XXXII. Num. XIV.*) del frontespizio, e passando per gli punti C, D, che sono all'estremità della retta a piacere, ove hanno luogo gli ornamenti di alcuni festoni, ha poi il vertice, in E in quel riquadro, che viene a rompere lo spazio alquanto ampio, che alla porta sopravanza. Delle piante dell'Architettura ci rimane a ragionare; ed acciocchè vadano ben compartite, ed ordinate, si richiede che abbiamo un esatta corrispondenza con il loro Alzato, che anzi quelle da questo dipendono; e mi parrebbe che dovesse questa parte toccare alla prospet-

pettiva, di cui è proprio il dilettare la vista, ed oltre alle molte cose che vi si richiedono, quella cosa che è al proposito nostro convenevole, e che è necessaria a quelli che l'Architettura vogliono mettere in opera, sta riposta nell' intendimento dell'innanzi, e dell'indietro, e dello slargare il sito, senza di cui molto imperfetta rimarrebbe la pianta, e il suo alzato, e con assai poco di vaghezza, e colpo d'occhio men bello si presentarebbe alli riguardanti. Ma perchè queste cose altra estensione, che quella, cha ci è data nella ristrettezza di una nota ricercherebbono, e più che alla Geometria, al trattato della Prospettiva, e dell'Architettura si convengono, le lasceremo per l'opera di Prospettiva, che a questa va seguitando; e con brevi parole solamente accennando, che il corso di una linea Iperbolica, allorchè si tratta di regolare la Pianta di un' edifizio, incomincia da quelle parti, che vanno indentro, e seguita il corso dalle, parti che vengono innanzi, e in cui si stanno i punti, che si prendono a piacere; e si pon termine al vertice dell'Iperbole ove seguita l'effetto dello slargare. Nell'esempio che quì si è posto della pianta del Portico del Panteon, ci bisogna di non dover adoprare che la metà dell'Iperbole, perchè il suo vertice termini nel solido, o pilastro, e non nel vano, o sia nell'ingresso del Tempio; e perciò il corso della metà d'una Iperbole incomincia da A, ( *Tav.XXXII. Num. XV.* ) ha il punto a piacere in B, ed il vertice in C. E l'andare indentro si accenna per il corso A D E F G; ed il venire innanzi si mostra per il corso B H I K L M; e lo slargare è nelle parti, che si uniscono alla volta di C O P Q G; e dall'intendere non tanto nella Pianta, che

## PROBLEMA VII.

*Deſcrivere la Concoide.*

La deſcrizione della Concoide ſi può fare con tutta ſpeditezza uſando di un' iſtromento formato a queſta maniera. Si abbia la ſquadra ABC, (*Tav. XXXIII. Num. XVI.*) nella cui parte A C ſia nel mezzo un canaletto a coda di rondine, o di altra forma che più piaccia, e dentro di eſſo venga collocato un pezzetto, o ſia anima, che nella forma ſia ſimile ad eſſo canaletto, e ſull'eſtremità eſterna dell'accennata anima ſi fermi con vite, o in altro modo una riga D E, nel di cui mezzo ſia un canaletto aperto, per il quale entri un anima rotonda, che ſtà fiſſa nel mezzo dell'altra riga della ſquadra. Ora addattata alla eſtremità della riga D E in F una punta, ovvero matita, e facendo

che nell'alzato l'effetto di tutti e tre inſieme gli accennati corſi, ſi arreca all'edifizio quel dirotto, di cui tanto l'occhio dello ſpettatore ſi compiace.

do in un medesimo tempo scorrere il punto D pel canaletto A C, e il canaletto aperto intorno l'anima G, segnarà la punta, ovvero matita F la curva della Concoide F H.

Questa medesima curva si può anche formare geometricamente in questa guisa. Sia adunque una retta linea I K divisa in quante parti più piacerà, e sia per ora partita in quattro parti, come si vede. Per il punto K si tiri ad angoli retti la linea L M, nella quale si tagli a piacere la parte che è verso F L, e similmente l'altra che è da K ad M. Dal punto L per gli punti delle divisioni nella I K si facciano passare linee rette, come sono le rette L I, L N, L O, L P, le quali si prolunghino in Q, R, S, T, cosicchè le parti I Q, N R, O S, P T si rendano eguali alla parte K M, e fatta passare per gli punti Q, R, S, T, M una curva, o con mano franca, ovvero con addattarvi una riga pieghevole, rimarrà simil-

men-

mente descritta la curva della Concoide. (1)

PROBLEMA VIII.

*Descrivre una Cicloide.*

Si tiri la retta indefinita AB,(*Tav. XXXIII. Num.XVIII.*) e per formare la curva, che si dinomina Cicloide, fa d'uopo intendere, che un circolo nel rivolgersi per una sol volta sopra la retta A B, descrive per mezzo di un punto C preso nella circonferenza, una cur-

(1) La linea della Concoide nelle opere di Architettura ha molta grazia, e leggiadria. E per questo l'aggiunta, ovvero gonfiezza delle colonne, o sia la piccola panzetta ritrovata dagli Architetti ha la forma di Concoide. E parimenti le curve, che s'introducono negli Edifizj, per rompere la soverchia lunghezza della linea diritta, se alla forma della Concoide vengono tirate; rendono effetto più vago, e più grazioso; e senza fallo si verrà a mostrare quell'intendimento, di cui poco innanzi si diceva dello entrare in dentro, e dello sporgere in fuori, e dello slargare. E le curve, che servono a quest'effetto si formano per via di tre Concoidi collocate l'una a seconda dell'altra; e in modo, che i loro archi sieno a parti opposte, siccome sono le tre Concoidi A B C, C D E, ed EFG. (*Tav.XXXIII. Num.XVII.*)

curva, la quale è la Cicloide, che si cercava. (1)

PRO-

(1) Si è già di sopra accennato, che nella Geometria hanno luogo differenti maniere di linee curve, le quali a volerle descrivere ad una ad una, ne recherebbano vantaggio alcuna, ne condurrebbono al nostro proposito; e tanto più ci sentiamo stimolati a non distenderci più oltre in questa materia, quanto più ci è ben noto, che i Professori ne concepiscono, e ne formano parecchie di queste, e di altre somiglianti, anche colla sola pratica della mano, e che riescono con assai più di grazia, e di dolcezza, di quello che riuscirebbono, usando della riga, e del compasso. Ora pertanto si vuole solamente aggiungere, che la curva di cui si servono gli Architetti per le volte, o arcate, che reggono le scale, e che con voce franzese chiamano *Arc rampant*, si forma a questa maniera. La larghezza della curva da farsi sia la retta AB, (*Tav. XXXIII. Num. XIX.*) e si divida per mezzo in C, e preso per centro il punto C si deve descrivere coll'intervallo C A il semicircolo A D B; e diviso poi l'arco del semicircolo in quante parti più piacerà, da queste divisioni si conduchino alla retta A B linee perpendicolari, e dove queste segano la medesima A B nelli punti E, F, C, G, H; si tirino altrettante linee parallele fra di loro, ed inclinate per quel tanto, che si vorrá fare inclinare la curva, che si vuole formare. E tirate che sieno, si renda ognuna di queste eguale alla perpendicolare, che gli corrisponde nel semicircolo, e facendo dipoi passaris-

PROBLEMA X.

*Descrivere una Figura Mistilinea simile ad un' altra data Figura Mistilinea.*

Data una Figura Mistilinea, a cui se ne voglia formare un' altra simile, ed eguale, ovvero maggiore, o minore che si voglia; perchè di qualunque grandezza si abbia a formare, bisogna tirare per il mezzo della data Figura due rette linee che si seghino ad angoli retti, e che queste linee, per quanto si può, vadano ad incontrare gli angoli, ovvero il mezzo degli archi, e delle curve, che terminano la Figura. Posta pertanto la Figura Mistilinea A B C D, (*Tav. XXXIV. Num. XX.*) e tirata in essa le linee E F, G H, come si diceva ad angoli retti in I; e secondo che la figura da farsi si vuol vnol maggiore, o minore, sono da tirarsi due altre rette linee, che parimente si seghino

---

fare per gli punti I, K, L, M, N, una curva, sarà questa la ricercata.

ghino ad angoli retti, come ſono le K L ed M N, che formano l'angolo retto in O; e ſi determini K O di quella grandezza, che ſi vorrà formata la figura da farſi. In appreſſo ſi coſtruiſca l'Angolo, che ſi dinomina di Reduzione, di cui già innanzi, ragionando delli Rettilinei, ſe n'è moſtrata la coſtruzione, e replicato in queſto luogo quel tanto, che allora ſi diceva, cioè di prendere la miſura di E I, e traſportarla in P Q, è colla medeſima apertura di compaſſo, far centro in Q, e tirando l'arco P R, riportare in eſſo la miſura della retta KO, e tirata la retta QR, ſarà formato l'Angolo di Reduzione PQR. E coſtruito che ſia l'Angolo di Reduzione, altro non è richieſto, che di rendere corriſpondenti le due rette O S, L S alle altre due I E, E B; e coll'apertura del compaſſo reſa eguale alle due rette OS, L S, ſi faccia l'interſegazione S. E a queſta medeſima maniera, e per via d'interſegazioni, ſi troveranno tutti i

 pun-

punti che rimangono nella Figura Miſtilinea. Ma a voler formare le curve convien guardare, ſe queſte ſono porzioni, ed archi del circolo, ovvero di altra ſpezie; e qualunque ſieno, purchè naſcano dal circolo, già altrove ſi è moſtrata la via, di tirare una curva circolare per tre punti, che ſieno dati; (*a*) ed in altra guiſa formandoſi le curve, ſarà coſa più ſpedita l'uſare delle interſegazioni, come ſi uſano nel ritrovare gli angoli, e gli altri punti della Figura. E terminata che ſia l'operazione a quel modo, che ſi accennava, ſi ſarà deſcritta la Figura Miſtilinea S T Y *a* ſimile alla data A B C D. (1)

PRO-

(a) *Pag.* 40.

(1) Per formare nella pratica ſopra del terreno le piante degli edifizj, egli è aſſai agevole il poter ciò fare, tenendo dietro agli inſegnamenti, che per l'innanzi ſi proponevano in più Problemi. Il prendere il mezzo del terreno, e dal mezzo condurre i termini degli angoli, e delle linee parallele, ed il collocare l'edifizio anzi in aſpetto di tramontana, che di mezzo dì, elleno ſon coſe, che non montano

no a poco. E il far sì che la principale facciata dell'edifizio si stia parallela agli edifizj, che le stanno di prospetto; e che la linea A B, (*Tav. XXXIV. Num. XXI.*) che parte l'edifizio pel mezzo sia tirata parallela agli edifizj, che stanno da banda, e sia massimamente parallela alla via C D, che all' edifizio per diritto ne conduce, egli è suo non piccol pregio, e che ad un Architetto è richiesto di porvi assai di attenzione, per non cadere in gravi difetti, nei quali talvolta è caduto alcuno Architetto di non piccola riputazione. E taluno ordinando una Chiesa in Perugia, non seguitò l'ottimo partito di piantarla a seconda dell'accennata linea A B, perchè allora si sarebbe resa parallela alla via principale CD, per cui facendosi innanzi si scorge, che con assai di mostruosità va piegando alla volta di E F. E questa medesima mostruosità, anzi peggiore si rimira in un Palazzo assai adorno, ove nè si era atteso a quel tanto, che le leggi prescrivono intorno le fabbriche in compensando al sito delle pubbliche vie; e nè si era badato a recare il principale ingresso nel mezzo della facciata, siccome si richiede dalle regole dell' Euritmia, e della Simmetria, cioè dalle belle, e vaghe forme, e dall' eguaglianza delle parti riguardo al tutto insieme della facciata, e dell'edifizio. Ma già s'intende, come taluni con poca, o niuna avvedutezza, volendo far da sacciuti, hanno fatto eseguire delle opere assai sconcie, che per altro sarebbono riuscite lodevoli, se non ne avessero confidata la cura a Professori stranieri, de' quali il valore non è stabilito sopra la buona, e valevole ragione, ma sibbene sopra il favore, con cui essi pensano prodursi innanzi,

## PROBLEMA X.

*Misurare l'area superficiale di un Settore.*

Per misurare l'area, o superficie di un Settore, bisogna in primo luogo ritrovare l'estensione dell'arco, e trovata che sia, conviene moltiplicare per la metà del raggio del medesimo Settore, ed il prodotto di questa moltiplicazione sarà l'area del Settore. Sia per cagione di esempio l'arco AB, (*Tav. XXXV. Num. XXII.*) palmi 20, la di cui misura si prenderà con ogni speditezza, se attorno allá curva si faccia girare un filo, o cordicella, la dicui lunghezza presentando dipoi al passetto, si troverà essere di quei tanti palmi, che si contengono nella curva dell'arco A B, Il raggio poi A C abbia la lunghezza di palmi 12, di cui la metà è 6; e perciò moltiplicato 6 per 20, rende il prodotto di 120 palmi quadrati, che tanti palmi viene ad essere l'area del Set-

Settore A B C, che si proponeva. (1)

## PROBLEMA XI.

*Misurare la Porzione del Circolo.*

A misurare la Porzione del circolo è richiesto in primo luogo di guardare, se la Porzione che vien proposta di misurare sia la Maggiore, ovvero la Minore. E posto in primo luogo, che sia la Minore, come A B C (*Tav. XXXV. Num. XXIII.*) di cui la quantità dell'arco sia di palmi 24, la Corda A B di palmi 14, e la Saetta C D di palmi 4. Si prolunghi la Saetta fino che giunga al centro E del circolo, e si tirino i raggi A E, B E, affinchè rimanga composto un Settore AEBC. Bisogna pertanto misurare la quantità dell'area di questo Settore, e per far ciò, ci deve esser nota la misura della par-

(1) Si raccoglie pertanto dall' operazione del Problema, che un settore si può rendere eguale ad un triangolo, qualora abbia per base la quantità dei palmi, che porta l'Arco AB, e che l'altezza, o perpendicolare di questo triangolo sia eguale all'altezza del raggio AC.

parte prolungata DE, o ſia di un raggio qualunque. E per inveſtigare la quantità dei palmi della D E, è da tenerſi la ſeguente maniera. Si moltiplichi la quantità dei palmi della metà della Corda in ſe medeſima, e che perciò il prodotto è 49.; è ſimilmente ſi moltiplichi la quantità dei palmi della Saetta in ſe medeſima, il cui prodotto è di palmi 16. Dal prodotto 49 ſi ſottragga il prodotto 16, e ne rimarrà 33. Ora queſto reſiduo ſia partito per il doppio della Saetta, che è 8, e ſi avrà nel quoziente di queſta diviſione palmi $4\frac{1}{8}$, quali ſono la miſura che corre tra il centro E, ed il punto D. Ora unendo inſieme i palmi di C D, e di D E, che ſono palmi $8\frac{1}{8}$, e ſecondo l'operazione del paſſato Problema ritrovando la ſuperficie del Settore AEBC, che ſarà di palmi $97\frac{1}{2}$, ſi ſottragga da queſti il valore del triangolo A E B, che è di palmi $28\frac{7}{8}$, ne rimarrà palmi $68\frac{5}{8}$

per

per l'area della Porzione A B C.

Ma ſe la Porzione ſia la Maggiore, come F G H, (*Tav. XXXV. Num. XXIV.*) il di cui arco ſia di Palmi 45; e la Corda di palmi 12, e la Saetta di palmi 14; biſogna che ci ſia nota la miſura di un raggio qualunque, come I F. E per ritrovare la quantità dei palmi di queſto raggio ſi procede in queſta guiſa. Si moltiplichi la metà della Corda in ſe medeſima, il cui prodotto ſarà di palmi 36, e per i palmi della Saetta, che ſi diſſe eſſere 14., partiti i palmi 36, ſarà il quoziente palmi $2 \frac{4}{7}$, che ſono la miſura di quel tanto, che manca alla G H per rendere intiero il diametro del circolo, che perciò ſarà di palmi $16. \frac{4}{7}$. Ora partendo per metà i palmi $16 \frac{4}{7}$, ſi hanno palmi $8 \frac{2}{7}$ per la miſura del raggio I F. E per ultimo ritrovando la ſuperficie del Settore F I H G; ed a queſta aggiungendo il valore del triangolo FIH, ſi avrà l'area ſuperficiale della Porzione Maggiore F G H.

## PROBLEMA XII.

*Misurare l'area di un dato spazio Parabolico, ed Iperbolico.*

Il dato spazio Parabolico sia A B C, (*Tav. XXXV. Num. XXV.*) di cui volendo ritrovarne la misura della superficie, altro non è richiesto di fare, che moltiplicare la base A C per l'altezza, o sia asse B D, e dal prodotto prenderne i due terzi; che questi sono la misura della superficie, o area della Parabola. Per esempio sia la base A C di palmi 12, e l'asse BD di palmi 16, che moltiplicati fanno palmi 192, da cui presi i due terzi, che sono palmi 128, si avrà l'area, che si cercava. Per lo spazio Ipetbolico si propone tuttavia la suddetta maniera di operare, la quale, come che in altra guisa si renda difficile il poterla eseguire per via delli numeri, pure nella pratica non si allontana gran fatto dall'esattezza. (1)

(1) Il metodo di misurare le Figure Mistiline, di cui le linee curve si piegano in varie

ma

maniere, si propone dalli pratici in questa guisa. La data curva sia ACB, (*Tav.XXXV. Num. XXVI.*) dalle estremità della quale AB si tiri la retta AB, sopra di cui si erigano linee perpendicolari, che seghino in più parti la data curva, ed abbiano l'una dall'altra quella distanza, che gli archi A 1. 1.2, 2.3, 3.4, 4B domandarebbono per allontanarsi di poco dalla forma di una linea retta. Ed in appresso misurando i due triangoli E, F, ed i trapezj G,H,I, si avrà la misura di tutta la Figura Mistilinea, che vien determinata dalla curva ACB, e dalla retta AB.

IL FINE DEL PRIMO TOMO.

# INDICE DE' CAPI

## CONTENUTI IN QUESTO PRIMO TOMO.

Gli Elementi di Euclide, che si citano, al numero di ogni Problema, ci mostrano l'evidenza dei medesimi, onde per talfine vi si son posti. E nel fare un tal rincontro ci siamo serviti degli Elementi tradotti da M. Federigo Commandino.

### CAPO I.



### CAPO II.



### CAPO III.

## CAPO IV.



## CAPO V.



## CAPO VI.

## CAPO VII.



## CAPO VIII.

## CAPO IX.



CA-

## CAPO X.



## CAPO XI.



CA-

## CAPO XII.



IN-

# INDICE ALFABETICO

## DELLE COSE NOTABILI

Il numero indica la pagina, e l'asterisco *, che se ne parla nelle note.

### A



An-

## B



## C



Can-

Cir-

## D



Dia-

La-

## L



## M



Mi-

## P

Lo-

## Q

## R



## S

T

COR-

## CORREZIONI.

*Pag.* 62 *verso* 3 *leggi*; e Tangente.

*Pag.* 75 *v.* 20 *l.* non conduce.

*Pag.* 79 *v.* 4 *l.* di D.

*Pag.* 80 *v.* 6 *l.* ſorta.

*Pag.* 161 *v.* 26 *l.* a quelle.

*Pag.* 180 *v.* 23 *l.* *Tav. XV.*

*Pag.* 181 *v.* 20 *l.* *Tav. XV.*

*Pag.* 195 *v.* 21 *l.* ſu della.

*Pag.* 198 *v.* 6 *l.* formatovi.

*Pag.* 204 *v.* 8 *l.* Parametro.

*Pag.* 209 *v.* 9 *l.* BF.

TAV. I. CAP. I.
N.I.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
O
N
P
Q
N.II.
A
C
D
B
E
F
G
H

TAV. II. CAP. II.

N. I.

A H K Q D E O M N L F B C P G I

N. II.

R S

R S

N O P Q R S T

Z Y

C D

N. III.

F G H I K L M

V X

A B

N. I.

A B

C D

F E

I G H

N. II.

N. I.

N. II.

N. III.

N. IV.

N. I.

A B C D E F

G

N. II.

C A E B D

H I

H

N. III.

C D E F G A I B

L

N. IV.

F I H K G M

I

N. V.

F H G

R

N. VI.

Q N P

N.VII.
E
C
D
A
E
B
L
K
G
I
H
N.VIII.
C
A
B
D
F
E
G
D
A
N.X.
B
C
A
C
F
D
G
N.IX.
E
B
F
G
B
NXI.
E
H
I
K
L
A
C
D

N.I.
N.II.
N.III.
N.IV.
N.V.
N.VI.
N.VII.
N.VIII.

N. IX.

N. X.

N. XI.

N. XII.

N. XIII.

N.I.
A
B
C
D
E
C
A
B
c
a
b
H
F
I
G
H
F
G
I
C
N.II.
A
B
N.III.
C
A
D
B
D
N.IV.
A
B
C

N. V.

E

C

A B

N. VI.

F

D

D A E

B

C

N. VII.

C

E D

A

B

A

N. VIII.

B

C

E

D

G C K

N. IX.

C

F

H A I B A B D E

N. X.
A
B
C
E
G
D
F
A
B
D
F
C
E
G
N. XI.
B
A
D
C
G
E
F
H
C
N. XII.
A
D
E
F
B

N. XIII.
B
H
I
G
A
E
F
D
C
N. XIV.
B
L
K
A
H
I
C
D
E
F
G
N. XV.
B
F
E
H
G
A
C
D
N. XVI.
C
F
A
D
E
B
N. XVII.
B
D
F
A
C
E
N. XVIII.
B
D
G
H
E
A
C
F
N. XIX.
F
B
E
D
I
G
A
C
H

N. I.

N. II.

N. III.

N. IV.

N. V.

N. VI.

N. VII.

N. VIII.

TAV. XV. CAP. VIII.

N. I.
A
B
C
D
E
N. II.
A
B
C
D
E
F
G
H
N. III.
F

TAV. XVII. CAP. IX.
N.I.
D E
A C B
G
60 60 60
F
120
N.II.
K
H D I
A G B
E C F
N.III.
K
H F I
A E B D
C
N.IV.
E F
D C G
A B
N.V.
H
G
C A B
F
E D
N.VII.
H K M I
E F
N G L
C A B D
N.VI.
D
E
C
A B

N. VIII.
D
F
E
C
A
B
Z
A
X
B
C
N. IX.
y
H
L
I
D
E
M
K
F
Q
N
R
P
O
S
T
V

TAV. XIX. CAP. IX.
N.X.
N.XI.
N.XIII.
N.XII.
N.XIV.
N.XV.

N.I.

A B

I N L G K M H

D C A B

N.II.

P O E F

N.III.

B A G F H C E D

15 10 25 5 4 8

N.IV.

M H I B C A D F G E K O N L

10 28 8 13 13 9 9 9 20 15 5

N.V.
D
E
C
A
B
35
40
86
84
45
N.VI.
E
D
G
F
L
H
I
K
C
A
M
N
B
N.VII.
A
B
G
H
K
C
F
I
D
E
L
N.VIII.
M

N. IX.
O
C
B
E
D
A
B
E
A
D
C
N. X.
K
F
I
G
H
G
C
D
F
E
I
B
A
E
D
A
N. XI.
N. XII.
C
B
H
K
F
A
B
N. XIV.
G
C
D
H
F
E
FE
A
B
C
GI
HD
N. XIII.
I
K

N. XV.
K
I
D
L
E
C
G
F
H
A
B
M
Q
R
P
y
X
Z
T
N
V
S
O
a
N. XVI.
M
A
L
G
B
R
T
Q
V
C
b
F
a
S
D
Z
E
K
N
g
f
X
e
d
O
y
P
I
H

TAV. XXIV. CAP. X.
N. XVII.
D
E
C
I
K
F
G
Q
L
R
P
H
O
M
A
3
4
5
6
B
7
8
N
N. XVIII.
E
G
L
F
V
X
D
H
V
Q
T
P
O
R
S
N
C
M
A
B
K
I

TAV. XXV. CAP. XI.

N. I.

N. II.

N. III.

N. IV.

N. V.

N. VI.

N. VII
I
E
K
A
B
C
D
G
F
H
O
P
Q
L
M
R
S
N
N. VIII.
I
E
K
A
C
D
B
G
F
H
N. IX.
O
I
C
L
A
F
E
B
G
H
K
D
M
N
N. X.
C
F
H
A
G
E
B
D

N. XI.

N. XIII.

N. XII.

N. XIV.

N. XV.

N. XVI.

N. XVII.

A
B
a
b
C
N. I.
G
D
E
H
F
L
O
M
N
I
K
A
C
D
F
N. II.
B
E
N. III.
B.
C
D
A
E
P
O
K
G
H
I
F
L
N
S
Q
T
R
M

TAV. XXIX. CAP. XII.

N. IV.

B
A C
F
D E
D E
A C
B

N. V.

F G
K I L
H

P Q
X V
M N
S R T
O

N. VI.

N. VII.

N. VIII.

N. IX.

N. X.

TAV. XXXI. CAP. XII.

P

N. XI.

N H I O

E

C D

L A B F G M

A

N. XII.

C

L

N

O V X M K

I

P Q

D

T

E

S

F

R Z

H

G

B

N. XIV.
A
B
C
D
E
G
I
E
F
N. XIII.
H
D
K
C
A
B
Q
P
O
N. XV.
G
C
F
E
B
D
H
A
I
K
L
M

F
D
H
A
C
G
B
E
N.XVI.
Q
I
R
N
S
O
T
P
L
K
M
N.XVII.
B
F
A
C
D
E
G
N.XVIII.
C
A
B
K
L
M
N
I
A
E
F
C
GH
B
NXIX.
D

TAV. XXXIV. CAP. XII.
D
F
C
N. X X.
G
I
H
R
A
E
B
P
Q
M
a
S
K
O
L
Z
Y
X
N
V
T
N. X XI.
C
E
A
B
F
D

TAV. XXXV. CAP. XII.
N. XXII.
A
B
C
N. XXIII.
E
D
A
B
C
N. XXV.
B
A
D
C
G
N. XXIV.
F
K
H
N. XXVI.
C
G
H
I
A
B